



# Simulación de la transferencia de oxígeno en agua por aireación con difusores, aplicando relaciones mecanicistas

Simulation of oxygen transfer in water by aeration with diffusers, applying mechanistic relationships

Sanabria, Elías A.<sup>1</sup>; Eufrazio, Wilder E.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería Química,  
Universidad Nacional del Centro del Perú  
Ciudad Universitaria, Huancayo, Perú

## Cómo referenciar:

Sanabria, E. A.; Eufrazio, W. E. (2022). Simulación de la transferencia de oxígeno en agua por aireación con difusores, aplicando relaciones mecanicistas. *Prospectiva Universitaria*, 19(1), 87-94.

## Resumen

La finalidad de esta investigación fue evaluar el comportamiento del error de estimación de un modelo matemático, en la predicción de la concentración de oxígeno disuelto (OD) durante la operación de oxigenación de agua, a diferentes profundidades de sumergencia de un difusor de burbuja fina. El modelo que se evaluó, se generó al introducir las relaciones mecanicistas propuestas por Lee, en la ecuación de la teoría de la doble capa para la transferencia de oxígeno en agua. Las relaciones mecanicistas permiten calcular la concentración de saturación de OD y el coeficiente de transferencia de oxígeno en términos de las propiedades físicas del agua, además, que permite modificar la temperatura del líquido y la presión del aire. Para la evaluación, se utilizó datos de ensayos de aireación de agua desoxigenada en un recipiente a volúmenes constantes. Las profundidades de sumergencia del difusor a las cuales se experimentó fueron de 35 cm, 70 cm y 105 cm. El error de estimación se calculó por diferencia de los resultados generados por simulados con el modelo y, los obtenidos experimentalmente. La simulación se desarrolló a las mismas condiciones experimentales y con el modelo en diferencias finitas. Después de la evaluación, se encontró que el error máximo fue de 0.101 ppm a 35 cm. La relación entre la profundidad de sumergencia y el error de estimación del modelo no tuvo una tendencia definida, y el efecto, es significativo.

*Palabras clave:* Transferencia de oxígeno, disuelto, simulación, difusor.

## Abstract

*Keywords:* concrete, admixture, admixture, sugar, workability, setting time, construction.

## 1 Introducción

Dentro de las plantas de tratamiento de aguas residuales (PTAR), a los microorganismos aerobios, que procuran la depuración de los contami-

nantes, se les debe suministrar oxígeno para su respiración y, con ello, puedan llevar a cabo la metabolización de las sustancias biodegradables disueltas en el agua (Metcalf & Eddy, 1995; Orosco, 2016).

Este proceso biológico es conocido como de lodos activados con aporte de oxígeno al licor de mezcla (Ivailova et al., 2020). El oxígeno que utilizan los microorganismos, debe estar disuelto en el agua residual. Para esto, las aguas residuales se pueden oxigenar empleando diferentes dispositivos, aprovechando el oxígeno disponible del aire, que es la más económica. El modo que por lo general se emplea, es aquel que permite inyectar burbujas de aire comprimido mediante un difusor; en este proceso denominado aireación, las burbujas se inyectan a profundidades de hasta 10m, y en algunos diseños europeos llegaron a introducirlos a profundidades mayores a 30m (Metcalf & Eddy, 1995; Orosco, 2016).

En la transferencia de oxígeno del aire al agua se presenta situaciones que afectan la velocidad con que se da este fenómeno. Para el caso de la oxigenación de los microorganismos en las aguas residuales (AR), el oxígeno debe contrarrestar las resistencias que se presentan para pasar del: gas al líquido, a través del líquido, del líquido al floculo sólido y dentro del sólido. De todas estas, la resistencia del gas al líquido global es la más significativa y, por lo tanto, la que determina la velocidad de transferencia (2016).

La rapidez con que se transfiere el oxígeno del aire al agua residual, es modificada por varios factores como la temperatura del agua, la presión y temperatura del aire, los contaminantes en el agua y su concentración, la presencia de sólidos suspendidos, las características geométricas del sistema y/o mecanismo de aireación. En el caso de la temperatura, un aumento de su magnitud, ocasiona una disminución de la concentración de saturación de oxígeno disuelto (OD) en el agua (Vogelaar, 2000). Por otro lado, un aumento de la presión del aire, provoca un aumento en el nivel de concentración de saturación del OD.

Los costos que originan las operaciones de aireación en una PTAR convencional representan entre el 45% a 75% del costo energético total (Rosso & Stenstrom, 2006). Debido a esto, los estudios relacionados con los sistemas de aireación que conduzcan e entender e incrementar su eficiencia se hacen interesantes (Ivailova et al., 2020), de modo tal que, permita contribuir a la disminución del consumo de energía.

En la literatura se encuentra modelos que de-

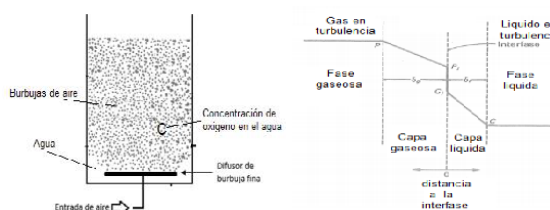
sarrollaron investigadores con el fin de procurar describir matemáticamente el fenómeno de transferencia de oxígeno en agua y su mecanismo. Entre ellas se encuentran la presentada por Lewis y Whitman (1924) denominada teoría de la doble película, el modelo de penetración de Higbie y el modelo de renovación de superficie presentado por Dankwerts. Los dos últimos son modelos con más rigurosidad teórica, e incorporan más fenómenos para describir el fenómeno. A pesar de que la teoría de la doble capa es más sencilla, es bastante utilizado y sigue vigente, porque permite predecir los mismos resultados que los otros modelos en un 95% de situaciones (Metcalf & Eddy, 1995).

El modelo de la doble capa, establece que la rapidez de transferencia de oxígeno al agua contenida el recipiente de un aireador por lotes, es proporcional a la deficiencia existente de oxígeno disuelto en el agua ( $C_S - C_L$ ).

$$\frac{dC_L}{dt} = K_L a_T (C_S - C_L) \quad (1)$$

Donde:  $K_L a_T$  es el coeficiente de transferencia de oxígeno (min<sup>-1</sup>).  $T$ , es la temperatura del líquido (°C).  $\alpha$  es el área interfacial agua aire por unidad de volumen ( $cm^2/L$ ).  $C_S$  es la concentración de saturación de OD en el agua a la temperatura  $T$  ( $mg/L$ ). y  $C_L$  es la concentración de OD en todo el volumen del líquido ( $mg/L$ ), en un instante de tiempo.

**Figura 1**  
Modelo de la Doble Capa



Fuente: Metcalf y Eddy (1995)

El  $K_L a_T$ , es la constante típica que permite caracterizar el desempeño que tiene un aireador de agua residual. El procedimiento aceptado para la determinación del  $K_L a_T$  de un sistema de aireación es con agua limpia o potable según la (ASCE, 1992). El valor de  $K_L a_T$  varía con la temperatura, la salinidad del agua y en general con la

geometría y los elementos que compone el sistema de aireación (Orozco Jaramillo, 2014, p. 169).

Existen relaciones matemáticas que permiten determinar el  $K_{LaT}$  y la  $C_S$ . Una relación bastante conocida, que permite estimar la  $C_S$ , es la ley de Henry (Rettich et al., 2000). Esta ley presenta la particularidad que es aplicable a presiones bajas y a presiones altas muestra desviaciones. La constante que utiliza se tiene que modificar si la temperatura del líquido se modifica, para lo cual no existe una relación matemática que generalice los cambios para diferentes situaciones. Otra relación matemática recientemente propuesta para calcular  $C_S$  fue propuesta por (Lee, 2017), y es una relación mecanicista. Lo denominó ley de solubilidad de oxígeno en agua. El modelo que propuso es:

$$C_S = K_{C_S} \frac{P_s}{T^5 E \rho} \quad (2)$$

Donde:  $T$  es la temperatura absoluta del líquido ( $K$ ).  $E$  es el módulo de elasticidad del agua a la temperatura  $T$  ( $kN/m^2$ ).  $\rho$ , es densidad del agua a  $T$  ( $kg/m^3$ ).  $\sigma$  es la tensión superficial interfacial del agua a  $T$  ( $kg/m^3$ ).  $P_s$ , es la presión de saturación del gas en condición de equilibrio (atm) y  $K_{S_C}$ , es la constante de la ley de solubilidad de oxígeno en agua y su valor es 43.4 para las unidades respectivas de  $T$ ,  $P_s$ ,  $E$  y  $\rho$ , indicadas anteriormente.

Otra relación mecanicista que propone Lee, se basa en ecuaciones de Haslam et al. (1924), así como el análisis de datos del fenómeno de absorción de oxígeno en agua, la relación es:

$$K_{LaT} = K T^5 \frac{E \rho \sigma}{P_s} \quad (3)$$

Donde:  $K$  es una constante de proporcionalidad (solo depende de las características geométricas del aparato, y no de la temperatura) Debido a la importancia de la transferencia de oxígeno del aire al agua, sobre todo en procesos de depuración de contaminantes de AR en PTAR y, los factores que intervienen condicionando la velocidad de disolución, en este trabajo de investigación, se desarrolló la simulación de la transferencia de oxígeno del aire al agua. La finalidad que se persiguió fue de evaluar el efecto de la profundidad de sumergencia del difusor, en la exactitud

del modelo matemático, que se formuló para estimar la concentración de oxígeno disuelto de un aireador de burbujas finas. El modelo formulado incorpora las relaciones mecanicistas de Lee, 2017, que permitieron el cálculo de la concentración de oxígeno disuelto, a las diferentes condiciones de temperatura del líquido que se fue modificando con el tiempo y, a la presión del aire, representando así una herramienta que permita predecir la evolución de la concentración de OD en el agua, de manera dinámica.

## 2 Materiales y Métodos

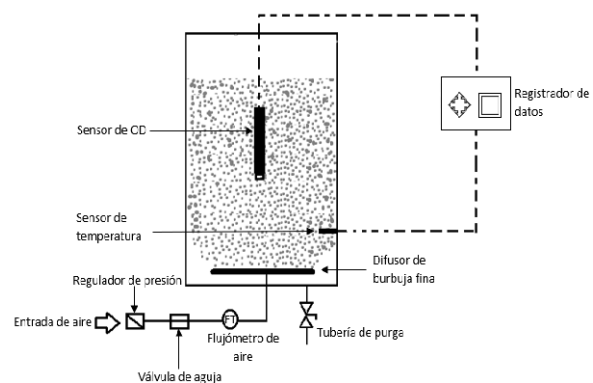
### 2.1 Muestras de agua desoxigenada

En cada experimento de aireación se utilizó agua desoxigenada por el método químico del bisulfito de sodio en presencia de catalizador de cloruro de cobalto (Ramalho, 1996). Las cantidades de ambas sustancias y el modo en que se realizó fue de acuerdo a la norma de la. Los volúmenes de agua desoxigenada que se emplearon, fueron según la profundidad de sumergencia a la que se instaló el difusor de aire. Se desarrollaron ensayos a las profundidades de sumergencia de: 35 cm, 70 cm y 105 cm, para cada cual, el volumen de agua desoxigenada empleada fue de 31.9 L, 63.8 L y 95.7L respectivamente.

### 2.2 Aparato experimental de aireación

El aparato experimental con sus componentes que se adaptó para las pruebas de aireación, se muestra en la figura 2.

**Figura 2**  
Aparato Experimental de Aireación

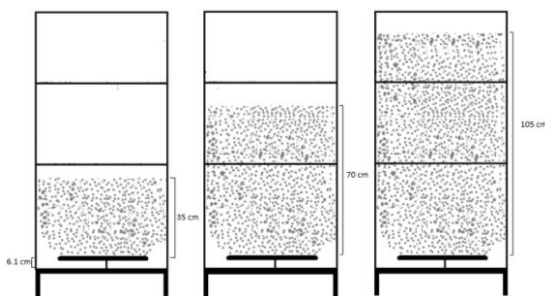


El difusor de burbuja fina, a través del cual se suministró aire, es de forma circular y se instaló en el fondo del recipiente. El diámetro que cubre el área porosa del difusor es 9 pulgadas (23 cm) y el diámetro externo es de 10.25 pulgadas (26 cm). En todos los experimentos el flujo de aire fue de 5 L/min a condiciones normales (CN), el cual fue regulado manualmente mediante la válvula de aguja. El regulador de presión permitió reducir la presión de aire de 30 psi a 2 psi, y mantener a este último valor. El sensor de OD fue del tipo óptico con un rango de 0 a 20 ppm.

El sensor de temperatura fue de resistencia variable tipo PT100. Estos dos sensores enviaron las medidas mediante señales para ser almacenado en la memoria del registrador de datos mar NOVUS. El registro de las mediciones fue programado para que sea efectuado por el instrumento cada 30 segundos. Los experimentos tuvieron una duración hasta que la CL alcanzara un valor estable, que en cada caso es la concentración de saturación de OD. La superficie del líquido estuvo expuesta en cada experimento al aire atmosférico (presión atmosférica de 520 mmHg) El recipiente del aparato de aireación, fue construido con material de acrílico (paredes) y acero inoxidable (refuerzo de unión de las paredes) las dimensiones del recipiente son de 30 cm de largo, 30 cm de ancho y la altura fue según el caso experimental. Para incrementar la altura del recipiente se extendió con cuerpos adicionales.

**Figura 3**

*Extensión de la Altura del Recipiente*



### 2.3 Modelo matemático

El modelo matemático que se utilizó para la simulación de la concentración de OD en el líquido resultó de incorporar las ecuaciones mecanicistas

2 y 3 en la ecuación 1. La ecuación resultante es:

$$\frac{dC_L}{dt} = (KT^5 \frac{E\rho\sigma}{P}) [K_{cs} \frac{P_s}{T^5 E\rho} - C_L] \quad (4)$$

La ecuación 4 se consideró para su solución que la temperatura del líquido no es constante, también, producto de su variación, las propiedades de densidad, tensión superficial y el coeficiente de elasticidad no son constantes. Para evitar dificultades en la solución, la ecuación 4 se adecuó al método numérico de diferencias finitas, que dando del siguiente modo:

$$\frac{\Delta C_L}{\Delta t} = \left( \frac{C_{L_{t+1}} - C_{L_t}}{\Delta t} \right) = (KT^5 \frac{E\rho\sigma}{P_s}) [K_{cs} \frac{P_s}{T^5 E\rho} - C_{L_t}] \quad (5)$$

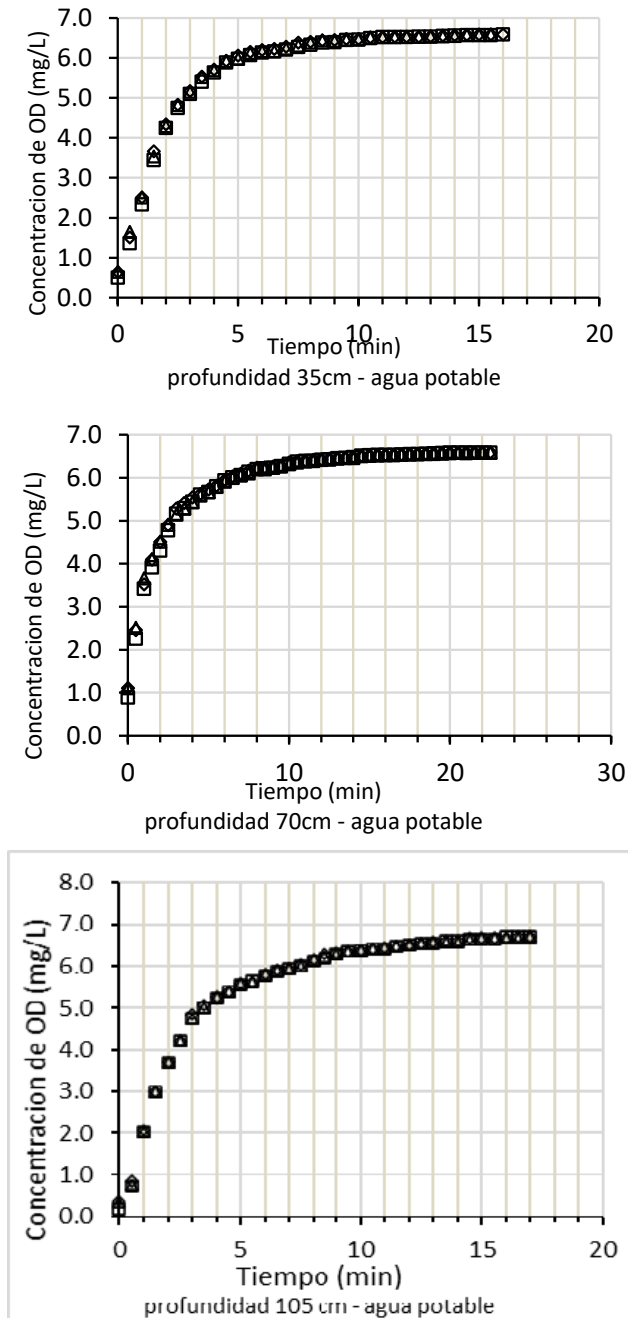
Donde  $\Delta t$  es el intervalo de tiempo en el que se modifica  $C_L$  y  $T$ . El método de diferencias finitas entrega resultados bastante satisfactorios siempre que  $\Delta t$  es pequeño.

## 3 Resultados

### 3.1 Mediciones experimentales

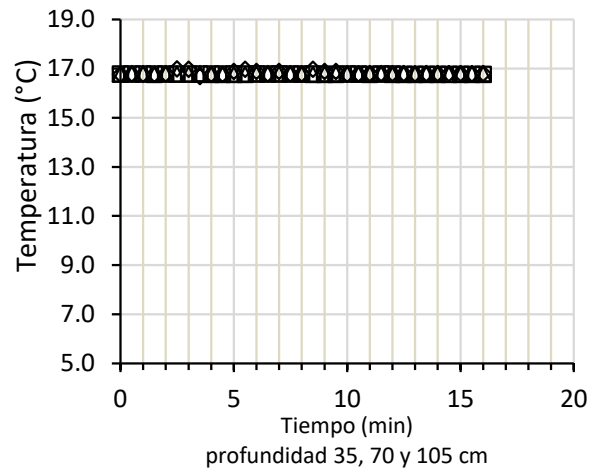
Con las mediciones que se realizaron en tres réplicas para cada caso experimental, se elaboró la curva de concentración de OD en el líquido y la temperatura del mismo en función del tiempo.

**Figura 4**  
Mediciones de  $C_L$  a diferentes profundidades de sumergencia



Durante las experiencias de aireación la temperatura del líquido fue medido mas no controlado. Y de las mediciones, de esta magnitud, se pudo ver que las modificaciones de su valor fueron insignificantes, manteniéndose a una temperatura de 17 °C. La temperatura mínima fue de 16.6 °C y la máxima a 17.2 °C.

**Figura 5**  
Mediciones de temperatura a diferentes profundidades



### 3.2 Simulación

Los resultados que se obtuvieron con el modelo mecanicista (ecuación 5) y el modelo clásico de la teoría de las dos capas (ecuación 1), se muestran en la figura 5. En esta figura se incluye el promedio de las mediciones de  $C_L$  obtenido en cada réplica, según la condición experimental.

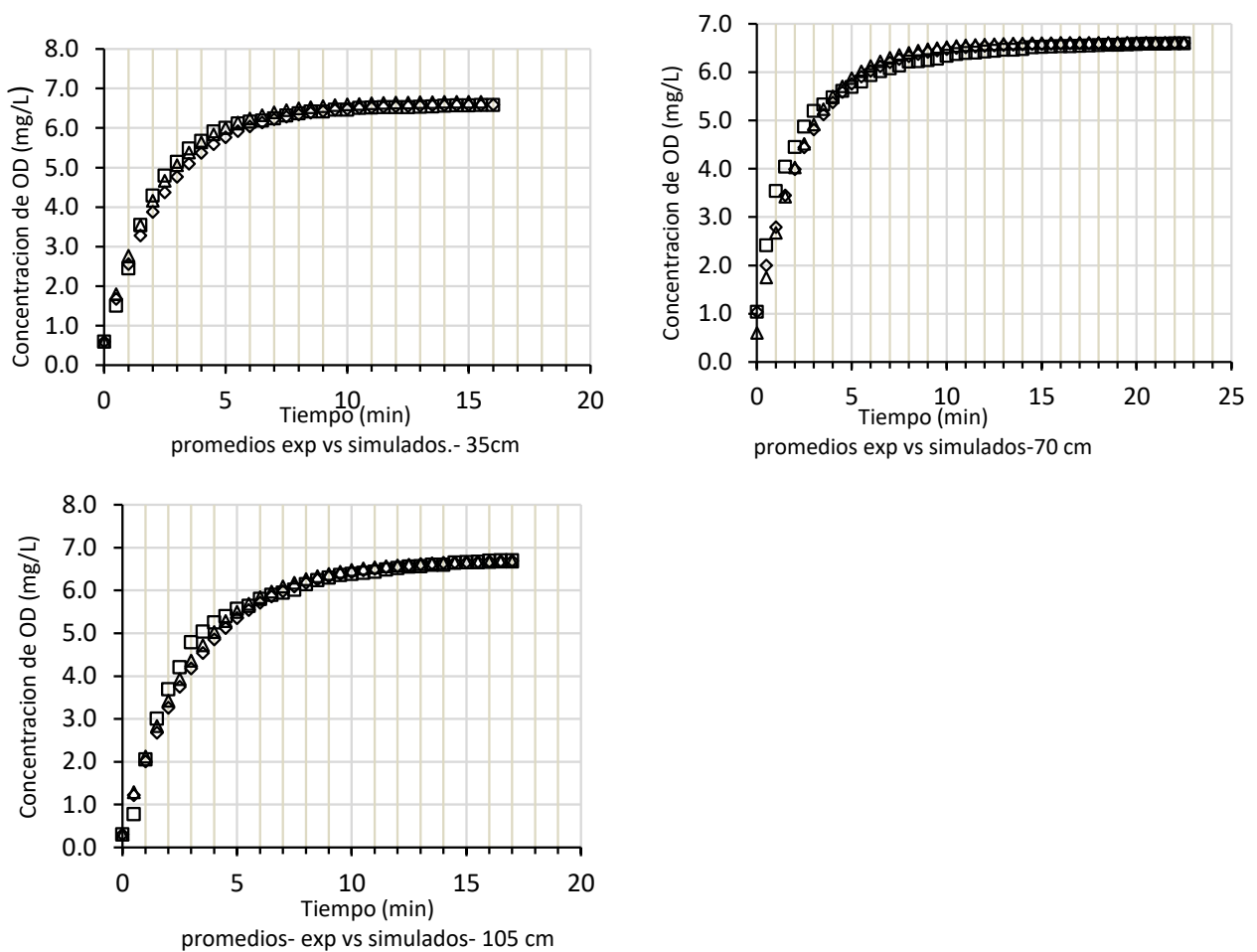
El  $K_{LaT}$  que se empleó en la ecuación 1, se calculó con los datos de  $C_L$  y tiempo, según el procedimiento de la (ASCE, 1992). Mientras que en la ecuación 5 el  $K$  del equipo se calculó por ajuste de los resultados simulados de  $C_L$  y tiempo a los experimentales.

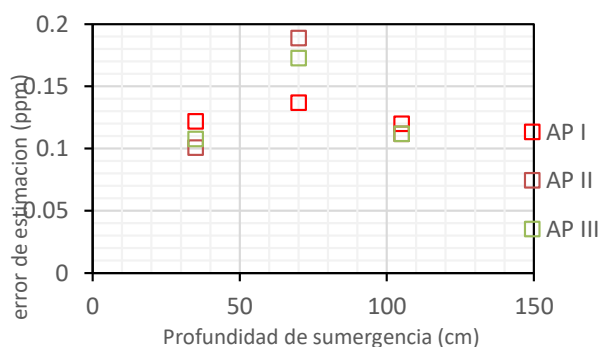
De acuerdo a esta figura, en todas las profundidades de sumergencia, existen pequeñas diferencias a lo largo de toda la curva entre los resultados simulados y los experimentales. El modelo mecanicista ofrece la ventaja de que permite modificar el ingreso de temperatura para calcular la  $C_S$  y el coeficiente  $K_{La}$ . Debido a que la temperatura del líquido no sufrió variaciones significativas, el modelo mecanicista no permitió mostrar esa potencial ventaja que se indica.

Los errores que se calcularon con estos resultados se muestran en la figura 7.

**Figura 6**

Resultados simulados con el modelo mecanicista y el modelo clásico



**Figura 7***Errores de estimación del modelo mecanicista*

La tendencia que muestra los errores de estimación, es poco definida. Pero se puede indicar que, la profundidad de sumergencia del difusor a la que se simulará con el fin de calcular la concentración de oxígeno disuelto, afecta en el error de estimación del modelo.

### 3.3 Análisis de varianza

Del análisis de varianza se encuentra que a un nivel de significancia de 0.05, se rechaza la hipótesis que, las medias de los errores de estimación no se modifican significativamente, si se varía la profundidad de sumergencia.

## 4 Discusión

De acuerdo a los errores de estimación que se obtuvieron con los modelos clásico y mecanicista, se debe indicar que son pequeñas cantidades, Pues el mínimo y el máximo con el modelo clásico, se encontró que es 0.105 ppm y 0.164 ppm respectivamente y, con el modelo mecanicista 0.101 ppm y 0.229 ppm. Son pequeñas cantidades en concentración de oxígeno ya que no superan las 2.5 décimas de una parte de oxígeno en un millón. Pero se debe indicar que, estos errores que se cometen con ambos modelos no van a ser estables, o por decirlo de un modo, van a modificarse significativamente, cuando se desea aplicar uno u otro modelo a diferentes profundidades. Esto es importante tomarlo en consideración, pues si se desea simular el fenómeno de oxigenación de

agua con burbujas de aire finas, y obtener con ello resultados en un rango más próximo a lo real, se debe considerar sus errores respectivos para cada caso, y no un único valor de error de estimación.

En las experiencias de oxigenación, se observó que las burbujas de aire que ascienden a través del líquido, ocasionaron una agitación convectiva de todo el líquido en el tanque, con mayor intensidad en las zonas centrales, y en menor medida en las esquinas del recipiente. Esto es una razón muy probable de que la homogeneidad de la agitación en toda la mezcla líquida, haya afectado en las mediciones de oxígeno disuelto y con ello en el error de estimación que presentan los modelos evaluados. Para próximas investigaciones en laboratorio, tomar en consideración este aspecto, a fin de que no ocasione influencias en las mediciones.

Al incrementar la profundidad de sumergencia, también se incrementó el volumen de líquido de las muestras de agua. Aquí se debe hacer notar que, con el mismo flujo de aire que se indicó para las pruebas, se oxigenó el agua en el recipiente del equipo de oxigenación, y el tiempo que se empleó para alcanzar la saturación del agua con oxígeno, sufrió un ligero incremento en el orden de 2 a 4 minutos adicionales. Esto es un comportamiento muy interesante y beneficioso, que permite y nos conduce a optar en operaciones de oxigenación de agua con difusores a mayor profundidad de sumergencia del difusor. Pues, de este modo, con un mismo flujo de aire, se podrá oxigenar mayor cantidad de agua.

Con los resultados de esta investigación, se evaluó el comportamiento que presenta el error de estimación del modelo mecanicista, al modificar la profundidad de sumergencia del difusor de burbuja fina, en la oxigenación de muestras de agua.

## 5 Conclusiones

Se concluye que el error de estimación varía en un intervalo de 0.101 ppm a 0.229 ppm de oxígeno disuelto. El efecto es significativo.

## Referencias

- Haslam, R. T., Hershey, R. L., & Kean, R. H. (1924). Effect of Gas Velocity and Temperature on Rate of Absorption. *Industrial & Engineering Chemistry*, 16(12), 1224-1230. <https://doi.org/10.1021/ie50180a004>
- Ivailova, I., Solís, J. J., Bes-Pia, A., & Aguado, D. (2020). Evaluación Del Coeficiente de Transferencia de Oxígeno En Procesos de Fangos Activados Para Optimizar La Aireación. *Ingeniería del agua*, 24(3), 183. <https://doi.org/10.4995/ia.2020.12877>
- Lewis, W. K., & Whitman, W. G. (1924). Principles of Gas Absorption. *Industrial & Engineering Chemistry*, 16(12), 1215-1220. <https://doi.org/10.1021/ie50180a002>
- Metcalf & Eddy. (1995). *Ingeniería de aguas residuales: tratamiento, vertido y reutilización*. McGraw-Hill.
- Orosco, A. (2016). *Bioingeniería de aguas residuales. Teoría y diseño*. ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE INGENIERÍA SANITARIA Y. Consultado el 22 de noviembre de 2023, desde [https://www.sancristoballibros.com/libro/bioingenieria-de-aguas-residuales-\\_71564](https://www.sancristoballibros.com/libro/bioingenieria-de-aguas-residuales-_71564)
- Ramalho, R. S. (1996). *Tratamiento de aguas residuales*. Reverte.
- Rosso, D., & Stenstrom, M. K. (2006). Economic Implications of Fine-Pore Diffuser Aging. *Water Environment Research*, 78(8), 810-815. <https://doi.org/10.2175/106143006X101683>
- Vogelaar, J. (2000). Temperature Effects on the Oxygen Transfer Rate between 20 and 55°C. *Water Research*, 34(3), 1037-1041. [https://doi.org/10.1016/S0043-1354\(99\)00217-1](https://doi.org/10.1016/S0043-1354(99)00217-1)