

## MEDICIÓN DE LA RESISTIVIDAD ELÉCTRICA DE TERRENOS UTILIZANDO ELECTRODOS HEMISFÉRICOS\*

Llaury Padilla, Jorge E.<sup>1</sup>

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Nacional del Centro del Perú

### RESUMEN

El presente trabajo de investigación trata de la propuesta experimental de la medición de la resistividad eléctrica de un terreno determinado así como la resistencia eléctrica del mismo, parámetros que son de vital importancia para realizar cálculos para la ejecución de pozos a tierra, con fines de protección y seguridad eléctrica. El trabajo está enmarcado dentro del rubro de la tecnología aplicada, en especial el electromagnetismo aplicado a la especialidad de Ingeniería Eléctrica, y es el resultado de juntar el método circuital y el método de los electrodos hemisféricos. Al juntar ambos métodos resultó una nueva idea la cual ha sido puesta en práctica por los estudiantes del V Ciclo de la FIEE. Se conformaron dos grupos. Ambos grupos emplearon electrodos hemisféricos del mismo tamaño, el primer grupo usó electrodos de 6 centímetros de diámetro y el segundo de 5 centímetros. Del conjunto de experimentos realizados por el primer grupo sólo se consideraron tres mediciones, y de los experimentos efectuados por el segundo grupo sólo se consideraron dos mediciones, haciendo un total de cinco experimentos para la obtención del promedio de la resistividad eléctrica del terreno adyacente a las facultades de Ingeniería Química e Ingeniería Eléctrica en la Ciudad Universitaria (lado oeste).

Palabras clave: puesta a tierra, resistividad, resistencia, protección eléctrica, electrodos hemisféricos.

## MEASUREMENTS OF THE ELECTRICAL RESISTIVITY IN THE GROUND USING HEMISPHERICAL AL ELECTRODES

### ABSTRACT

The present investigation is about the experimental proposal to measure the electrical resistivity in fixed areas as well as its electrical resistance, parameters which are of vital importance to carry out calculation for making puddles to ground connections with the purpose and of protection electrical security. This work is consider in the item of applied technology, especially the electromagnetion applied to the electrical engineering speciality and it is the result of joining the circuital method and the method of hemispherical electrodes. When joining both methods a new idea come up which was put in practice for the students of the V semester of Electrical and Electronics engineering faculty (FIEE) two groups were formed and both groups used hemispheric electrodes of the some size, the first group used 6 cm electrodes and 5 cm electrodes for the second group. From the many experiments carried out by the first group only three measurments were considered and two the second group which make a total of five expements for obtaining the average ranged of the electric resistenty in the surro unding area next to the chemical and electrical engineering faculties at the university campus (At the west side).

Key Words: putting to loud, resistance, electrical protection, hemispherical electrodes.

### INTRODUCCIÓN

Para realizar un buen proyecto de puesta a tierra es necesario conocer la resistividad eléctrica del terreno donde se va a instalar la poza a tierra. Obviamente, una puesta a tierra requiere cumplir una serie de procedimientos. En el presente trabajo de investigación sólo se abordó uno de ellos: el cálculo de la resistividad y resistencia eléctrica del terreno.

Medición de la resistencia eléctrica de un terreno mediante un modelo circuital

Este método resuelve la resistencia eléctrica de un terreno mediante un modelo circuital sugerido en el libro de Electromagnetismo de John Kraus (Problema N° 4-4-2) donde se propone que para medir la resistencia de la trayectoria en el terreno entre dos varillas metálicas de conexión a tierra, se conecta una batería de fem "U" voltios

\* Este trabajo de investigación fue recibido el 20/04/2006 retornado para su revisión 20/07/2007 aprobado para su publicación 10/12/2007.

1. E.mail: jllaury75@yahoo.es

en serie con un resistor de R y un miliamperímetro entre varillas. Con la batería conectada en una forma, el aparato da una lectura de  $i_1$  (mA), pero con la polaridad invertida el aparato da una lectura de  $i_2$  (mA). Se calcula la resistencia eléctrica del terreno suponiendo que la diferencia en las lecturas se debe a una "fuerza electromotriz" en serie con la trayectoria del terreno la cual puede ser provocada por la acción electrolítica entre las varillas y el terreno, asimismo, se calcula el valor de la "fem del terreno".

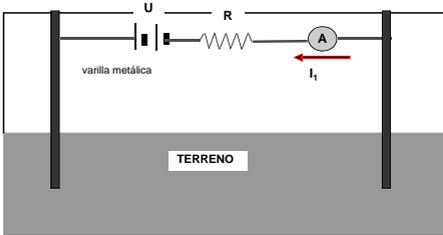


Figura 1.- Batería, resistor, amperímetro y varillas metálicas para la medición de la resistencia del terreno.

La solución consta de dos partes:

- 1) Circuito eléctrico equivalente con los bornes de la batería dispuestos de la forma indicada en la figura 2.
- 2) Circuito eléctrico equivalente con los bornes de la batería dispuestos en sentido contrario (Fig. 3), respecto a la figura anterior.

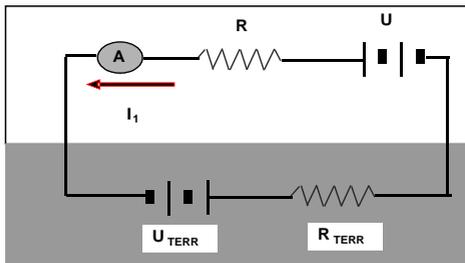


Figura 2.- Circuito eléctrico equivalente con la batería dispuesta de una manera.

La fig1 es el diagrama eléctrico de acuerdo a lo mencionado y sugerido en el enunciado.

De la fig2, se tiene:

$$U + U_{TERR} = i_1 \cdot (R + R_{TERR}) \quad (1)$$

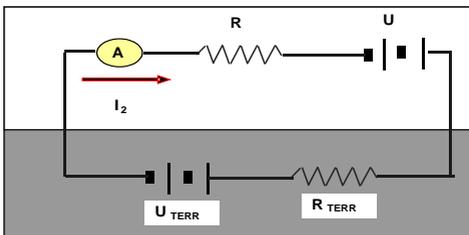


Figura 3.- Circuito eléctrico equivalente con los bornes de la batería invertidos.

De la figura 3, se tiene:

$$U - U_{TERR} = i_2 \cdot (R + R_{TERR}) \quad (2)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (1) y (2) se obtienen:

La resistencia del terreno

$$R_{TERR} = \frac{2U}{i_1 + i_2} - R \quad (3)$$

y la fem electromotriz ficticia del terreno ( $U_{TERR}$ ), resulta:

$$U_{TERR} = \frac{U \cdot (i_1 - i_2)}{i_1 + i_2} \quad (4)$$

Medición de la resistividad eléctrica de un terreno mediante la aplicación de electrodos hemisféricos

### UN ELECTRODO HEMISFÉRICO AISLADO

La Ley puntual de Ohm relaciona la densidad de corriente J con el campo eléctrico, ambos radiales:

$$E_r(r) = \frac{J_r(r)}{\epsilon}$$

Donde la densidad de corriente viene a ser igual a:

$$J_r(r) = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r^2}$$

para el área del hemisferio la cual es atravesada por el flujo de corriente.

De estas dos expresiones, se obtiene el campo eléctrico radial para un electrodo hemisférico como el mostrado en la fig. 4 en función a la corriente I, la distancia radial "r" y la conductividad eléctrica del terreno:

$$E_r(r) = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \frac{1}{\sigma}$$

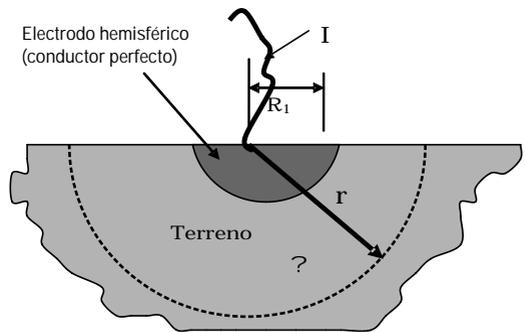


Figura 4.- Electrodo hemisférico aislado y empotrado en un terreno de resistividad .

Reemplazando  $E(r)$  e integrando  $dU = -E_r(r) \cdot dr$ , se obtiene:

$$U(r) = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad (5)$$

## DOS ELECTRODOS SEMIESFÉRICOS PRÓXIMOS

Este caso se ilustra en la fig.5.

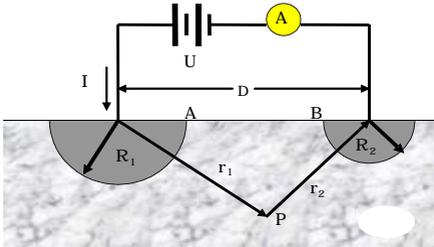


Figura5.- Dos electrodos semiesféricos empotrados en tierra.

Sean  $U_1(r_1)$  y  $U_2(r_2)$  los potenciales en el punto P debido a los campos eléctricos de los electrodos (1), y (2), respectivamente: Entonces, según la fórmula (5):

$$U_1(r_1) = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_1} \quad (6)$$

$$U_2(r_2) = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_2} \quad (7)$$

El potencial total  $U(r)$  en P será la suma de (6) y (7), es decir:

$$U(r) = \frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (8)$$

### CONDICIONES DE CONTORNO:

Es necesario referir el punto P a puntos periféricos A y B de los electrodos (fig. 5).

#### Primera condición de contorno:

Si P se "traslada" hacia A, se tiene que:  $r_1 = R_1$ , y  $r_2 = D - R_1$

Y si, el potencial del electrodo (1) es  $U_1$ , entonces la expresión (8) indica:

$$U_1 = \frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{D - R_1} \right) \quad (9)$$

#### Segunda condición de contorno:

Si P se "traslada" hacia B, se tiene que:  $r_1 = D - R_2$ , y  $r_2 = R_2$ .

Si el potencial del electrodo (2) es  $U_2$ , entonces la expresión (8) da:

$$U_2 = \frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{D - R_2} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (10)$$

Si  $U_1 > U_2$ , la ddp entre ambos electrodos será  $U = U_1 - U_2$  la cual será prácticamente igual a la ddp entre los bornes de la batería, es decir:  $U = U_{BAT}$ . A partir de las dos últimas ecuaciones, restando miembro a miembro y teniendo en cuenta que la conductividad y la resistividad son recíprocos, se obtiene:

$$U_{BAT} = \frac{I \cdot \rho_{TERR}}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{D - R_1} + \frac{1}{D - R_2} \right) \quad (11)$$

De (11) se obtiene la resistividad del terreno, la cual se puede escribir:

$$\rho_{TERR} = \frac{2 \cdot U_{BAT}}{I \cdot [FG]} \quad (12)$$

Donde [FG] es el Factor Geométrico dado en función de los radios de los electrodos y la distancia entre los centros de los mismos, es decir:

$$[FG] = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{D - R_1} + \frac{1}{D - R_2} \quad (13)$$

De (12) se ve que para estimar la resistividad eléctrica de un determinado terreno, es necesario contar con un amperímetro.

Propuesta de medición de la resistencia y resistividad eléctrica de un terreno mediante la aplicación de electrodos hemisféricos y el modelo circuital

### RESISTENCIA DEL TERRENO

Si las varillas metálicas empotradas del capítulo anterior se reemplazan por electrodos hemisféricos, entonces la resistencia del terreno sería la misma fórmula anterior (3) donde:  $U = U_{BAT}$  y las corrientes  $i_1$  e  $i_2$ , dadas en función de la caída de tensión en los bornes de la resistencia R, así

$$i_1 = \frac{U_{01}}{R} \quad i_2 = \frac{U_{02}}{R}$$

*Nota:* debido a que es más fácil usar un voltímetro que un amperímetro, se han reemplazado las corrientes en función a las caídas de tensión en los bornes de R.

Por lo tanto, la resistencia del terreno será:

$$R_{TERR} = R \cdot \frac{2U_{BAT}}{U_{01} + U_{02}} - 1 \quad (14)$$

En la fig.6 se muestra el diagrama eléctrico.

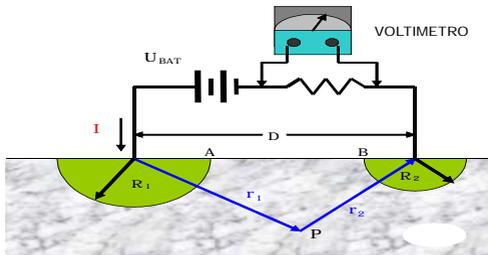


Figura 6.- Circuito eléctrico con voltímetro en vez de voltímetro.

RESISTIVIDAD DEL TERRENO

En el circuito de la fig.5, y de la fórmula(3) se tiene que la resistencia del terreno es:

$$\frac{R_{TERR} \cdot [FG]}{2} = R_{TERR} \quad (15)$$

De (14) y (15), resulta la resistividad del terreno:

$$R_{TERR} = \frac{2 \cdot R}{[FG]} \cdot \frac{2U_{BAT}}{U_{01} + U_{02}} - 1 \quad (16)$$

Donde [FG] es el Factor Geométrico dado por (13)

Medición experimental de resistividad y resistencia eléctrica de tierra en la ciudad universitaria (UNCP)

Dos grupos de estudiantes de la FIE-UNCP hicieron pruebas experimentales en los terrenos próximos a la FIE durante el año académico 2006. Las mediciones llevadas a cabo sirvieron para medir la resistencia eléctrica y la resistividad eléctrica promedio del terreno en mención. Y para esto emplearon el método expuesto en el presente trabajo de investigación. Se tomaron medidas con el voltímetro cuando los bornes de la batería estaban conectados según se muestra en la figura 6 (medidas  $U_{01}$ ), y luego con los bornes invertidos (medidas  $U_{02}$ ).

En la siguiente tabla se muestran los datos y los resultados que arrojan las fórmulas (14) y (16):

Tabla 1.- Análisis de la resistividad de terreno

GRUPO 1  $U_{BAT} = 12.7 V$

RADIO DE LOS ELECTRODOS HEMISFERICOS = 6 cm

exper.	U01	U02	D	R	terr	$R_{TERR}$
	(mV)	(mV)	(m)	(ohmios)	.m	(ohmios)
1	63.6	65.3	1.2	10	392.1376	1960.5197
2	59.8	61.7	2	10	406.7323	2080.5349
3	75.7	74.5	3	10.8	351.4562	1815.5648

GRUPO 2  $U_{BAT} = 12.77 V$

RADIO DE LOS ELECTRODOS HEMISFERICOS = 5 cm

exper.	U01	U02	D	R	terr	$R_{TERR}$
	(mV)	(mV)	(m)	(ohmios)	.m	(ohmios)
4	58	68	1.19	10	335.1142	2016.9841
5	35	50	1.98	10	500.1094	2994.7059
< terr >						<b>397.10994</b>

RESULTADOS

- El resultado de la medición de la resistividad eléctrica del terreno, en el sector oeste del Pabellón C (frente a la Facultad de Ing. Química) de la Ciudad Universitaria – UNCP, fue de 387.10884 m., como valor promedio de acuerdo a la teoría desarrollada en el presente trabajo, ingresando los datos numéricos de los cinco experimentos realizados por los alumnos de la FIE.
- El modelo circuital propuesto en el libro de J. Kraus, sólo permite calcular la resistencia del terreno, cuyo valor difiere de los valores reales.
- El método propuesto para los cálculos de la resistividad y resistencia eléctrica de terrenos ha resultado de la unión de los métodos citados en (a) y (b) obteniendo valores aceptables en los cálculos.
- Debido a la alta conductividad de los electrodos hemisféricos con relación al terreno, para los cálculos de resistividad y resistencia, sólo interesa que estos sean de metal (aluminio, cobre o hierro, cuyas conductividades son mucho mayores que las del terreno).

CONCLUSIONES

- La “falla” del modelo circuital se debería principalmente a aspectos geométricos, es decir, el método no toma en cuenta la sección de las varillas, ni la longitud de estas o longitud de empotramiento, ni tampoco la distancia de separación entre ellas.
- En los experimentos realizados se ha supuesto que la resistividad del terreno es uniforme (para el pequeño tramo entre los electrodos). Sin embargo, en la práctica un terreno está conformado por una serie de diversos materiales tales como agua, sales, óxidos, etc.
- El resultado obtenido de la resistividad del terreno en C.U. (387.10884 .m) es el valor promedio de la medida de los cinco experimentos.
- Una “anomalía” en el método propuesto podría ser que en la fórmula obtenida no se toma en cuenta la temperatura del terreno, aunque ninguna fórmula (para puesta a tierra) lo considera.
- Y por último, el modelo sólo toma en cuenta el aspecto resistivo óhmico del terreno más no el aspecto capacitivo, por lo que se sugeriría ampliar la investigación a fin de considerar la capacitancia.

LITERATURA CITADA

Díaz, P. 2001. Soluciones prácticas para la puesta a tierra de sistemas eléctricos de distribución, Mexico, Editorial Mc. Graw-Hill.

García, M. R. 1999. La puesta a tierra de instalaciones eléctricas, Madrid – España, Editorial Alfa Omega – Marcombo.

Kraus, D. J. 1984. Electromagnetismo, México, Editorial Mc. Graw – Hill.