

Diseño de controlador proporcional integral derivativo de temperatura de un horno eléctrico para cocción de pan y productos similares

Design of integral proportional controller derivative of temperature of an electric furnace for cooking bread and similar products

^aHuarac Rojas, D.; Sáenz Loayza, B.

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica / Universidad Nacional del Centro del Perú

Email: dhuarac@uncp.edu.pe

Resumen

El presente trabajo de investigación; en primer lugar, ha desarrollado el modelo matemático del sistema térmico de la planta, una vez hallada la función de transferencia; el segundo paso, ha sido seleccionar el elemento de medición de la temperatura en el horno, la termocupla, debido a que son comerciales, baratas y de recambio, se proporcionan con terminales estándar y se logran medir en un amplio rango de temperaturas. En comparación a demás metodologías de medición de temperatura, las termocuplas no requieren fuente externa para su funcionamiento. Una vez elegido estos dos elementos, la siguiente etapa es seleccionar el controlador PID; es preciso mencionar, el controlador digital es el adoptado para realizar un control de temperatura.

En este trabajo, la dinámica del sistema térmico propuesto es muy lenta, el análisis y diseño del sistema se considera en tiempo continuo; la señal de control va al actuador, que en este caso es un relé de estado sólido que requiere en su entrada de 3-32 VDC y su salida trabaja de 24-380 VAC.

Palabras clave: diseño de control, control de temperatura, cocción de alimentos, sistema térmico, dinámica del sistema

Abstract

The present research work, in which the mathematical model of the thermal system of the plant has been developed, once the function of transfer is found, the second step has been to select the element for measuring the temperature in the furnace; the thermocouple due they are commercial, cheap and replacement, are provided with standard terminals and are measured in a wide range of temperatures. In comparison to other temperature measurement methodologies, thermocouples do not require external sources for their operation. Once these two elements are chosen, the next step is to select the PID controller. It is necessary to mention that the digital controller is the one adopted to perform a temperature control.

In this work the dynamics of the proposed thermal system is very slow, the analysis and design of the system it is considered in continuous time; the control signal goes to the actuator which in this case, is a solid-state relay that requires its input of 3-32 VDC and its output works of 24-380 VAC.

Keywords: control design, temperature control, food cooking, thermal system, system dynamics

Introducción

En el presente proyecto de investigación, se considera el diseño de un regulador de temperatura proporcional integral y derivativo - PID, que brinda un arreglo que compone los tres parámetros: proporcional, integral y derivativo; los cuales son: K_p , T_i y T_d . Dichos parámetros se determinan para controlar la temperatura en un horno eléctrico para cocción de pan y productos similares en reemplazo de un regulador ON-OFF. En primer lugar, se ha realizado el modelamiento de la planta, en este caso es el horno eléctrico; la función de transferencia representa lo que se desea estudiar.

Para el diseño del regulador proporcional, integral y derivativo, ha sido necesario la recopilación de información de la temperatura del horno eléctrico para la cocción de panes y productos similares. Los tres parámetros se han determinado y se ha simulado con SIMULINK de MATLAB, dichos valores brindan una respuesta satisfactoria, siendo el sobreimpulso menos del 20%, un tiempo de establecimiento de 720 segundos y un error en estado estacionario nulo, los tres valores son adecuados para el controlador PID, los cuales dan una respuesta transitoria y estacionaria adecuada de la temperatura en el horno de acuerdo a la simulación realizada. Con este controlador, el usuario ajustará la temperatura necesaria que desea para la cocción.

Los controladores PID, son los indicados para solucionar el control de muchas utilidades en las distintas industrias, especialmente cuando el cambio del proceso lo permite (sistemas que responden al primer y segundo orden).

En general, un controlador PID optimiza y elimina las perturbaciones a costa de incrementar el sobreimpulso cuando hay un cambio en el valor de referencia. Si se desea disminuir el sobreimpulso, ello involucrará una eliminación a los disturbios en forma pausada.

Métodos y materiales

La investigación se realizó en laboratorio particular y en el Laboratorio de Electrónica de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, habiéndose utilizado las herramientas, instrumentos y componentes siguientes: Laboratorio particular, computadora, manuales y catálogos de hornos eléctricos, controlador PID REX-C-100, termocupla tipo K, 1 relé de estado sólido SSR 40 A, software Labview 2014, software Matlab 2015^a.

Métodos utilizados

Durante el desarrollo de la investigación, se trabajó mediante dos tipos de instrumentos de recolección:

- I. Revisión y recopilación inicial de información, mediante la técnica de análisis documental, abordando los aspectos sobre controlador PID para horno eléc-

trico para cocción de panes y productos similares.

- II. Se usó el diseño no experimental transversal, para recopilar datos en un solo momento, en un tiempo único. Su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado. Se obtuvo la función de transferencia que ayude a obtener el controlador PID adecuado, lo cual constituye una investigación tecnológica, por lo que se empleó el método analítico-sintético. Hacemos uso del método analítico para la obtención del diseño de cada etapa del sistema de control, y el sintético para la interconexión de los componentes del sistema.

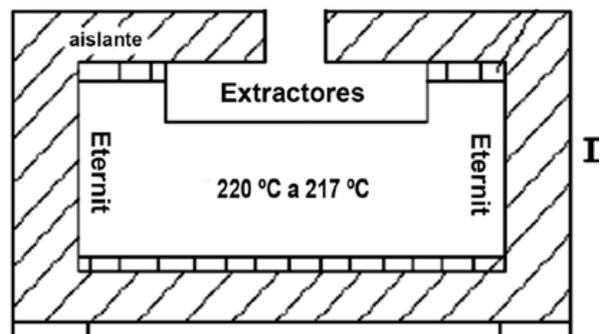
Resultados

Modelamiento de la planta (horno eléctrico)

El horno eléctrico posee una sección transversal del tipo rectangular, como se muestra en la Figura 1. Las resistencias están ubicadas en el interior, distribuidas en forma uniforme, tanto en el piso y techo, con el cual, se logra un repartimiento homogéneo de la temperatura en el interior, obteniéndose un menor consumo de energía eléctrica.

Figura 1

Sección transversal del horno eléctrico



Determinación de las relaciones entre flujo de calor y temperatura

La ecuación (1) muestra el comportamiento de la temperatura de la carga en el tiempo, cuando se le aplica una potencia eléctrica.

$$t * \frac{d^2 T_1}{dt} + \frac{(C_1 + C_2 + C_3) dT_1}{(C_2 + C_3) dt} = \frac{V^2}{R} \frac{1}{(C_2 + C_3)} \quad (1)$$

Para hallar los valores de la ecuación (1), se determinan las capacitancias de un horno en un proceso real de la industria de cocción de panes y productos similares. El horno hace la cocción del pan a una temperatura en régimen permanente de 190 °C hasta 230 °C y temperatura ambiente de 25 °C.

Capacitancia de la carga C_1

Se determina con la ecuación $C_1 = m \cdot c_1$. Donde m es la masa de la carga y c_1 es el calor específico de la carga.

El horno alberga una carga constante de 12 kg; además,

el fabricante, en sus especificaciones del horno, suministró el calor específico ($c_1 = 0,78 \text{ Wh}/^\circ\text{C.Kg}$), C_1 calculado fue $9,36 \text{ Wh}/^\circ\text{C}$.

Capacitancia de la fuente de calor (resistencia) C_2

Es la capacitancia del volumen de aire caliente que está en contacto con la carga. Donde c_2 es el calor específico del aire a c_2 es $(0,28 \text{ Wh}/^\circ\text{C.Kg})$ a 210°C .

Para hallar la masa tenemos el volumen del horno que es $7,5 \text{ m}^3$ y la densidad del aire $\rho=0,78 \text{ Kg}/\text{m}^3$.

$$m = \rho \times Vol = 0,748 \times 7,5 = 5,61 \text{ Kg}$$

$$C_2 = m \times c_2 = 5,61 \times 0,28 = 1,57 \frac{\text{Wh}}{^\circ\text{C}}$$

Capacitancia de las paredes C_3

El calor específico de las paredes internas $c_3=0,128 \text{ Wh}/^\circ\text{C.Kg}$.

La masa de la lámina de las paredes es de 544 kg , de donde se calculó:

$$C_3 = m \times c_3 = 0,128 \times 544 = 69,63 \frac{\text{Wh}}{^\circ\text{C}}$$

Cálculo de la potencia eléctrica (P)

El suministro de voltaje es de 220 voltios, por tanto, la potencia se puede expresar de la siguiente manera:

$$P = V \times i \quad (2)$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (3)$$

Reemplazando 2 y 3 en ecuación 1.

$$\ln \frac{d^2 T_1}{dt^2} + \frac{(C_1 + C_2 + C_3)}{(C_2 + C_3)} \frac{dT_1}{dt} = V \frac{dq}{dt} \frac{1}{(C_2 + C_3)} \quad (4)$$

Tomando transformada de Laplace a ecuación (4).

$$\ln^2 T_1(S) + \frac{(C_1 + C_2 + C_3)}{(C_2 + C_3)} S T_1(S) = V Q(S) \frac{1}{(C_2 + C_3)}$$

$$\left(\ln^2 S + \frac{(C_1 + C_2 + C_3)}{(C_2 + C_3)} \right) T_1(S) = V Q(S) \frac{1}{(C_2 + C_3)}$$

$$\frac{T_1(S)}{Q(S)} = \frac{V}{\left(\ln^2 S + \frac{(C_1 + C_2 + C_3)}{(C_2 + C_3)} \right)} \quad (5)$$

Reemplazando valores en la ecuación 5, se tiene la función de transferencia de la planta.

$$\frac{T_1(S)}{Q(S)} = \frac{3,09}{\ln^2 S + 1,133} \quad (6)$$

Valores tomados de un horno eléctrico

Para realizar la toma de lectura de los valores de temperatura y tiempo, se ha tenido en cuenta lo siguiente: el horno eléctrico se ha encendido a una temperatura ambiente de 15°C y la potencia eléctrica absorbida ha sido

de $5,5 \text{ Kw}$. El calentamiento del horno es lento, para no ocasionar deterioro a los refractarios y tenga un tiempo de vida útil para el cual ha sido fabricado. Los valores que se han tomado, se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1

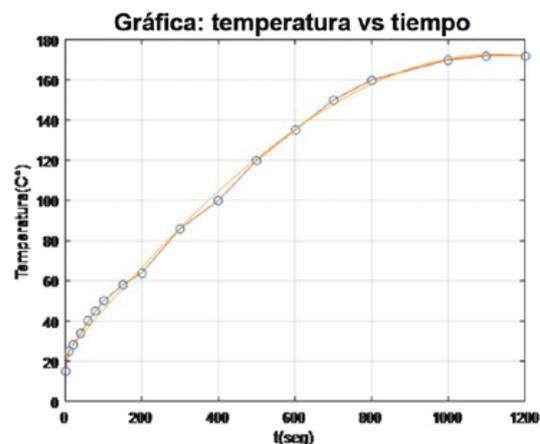
Variación de la temperatura con el tiempo

Tiempo (s)	Temperatura ($^\circ\text{C}$)
0	15
10	25
20	28
40	34
60	40
80	45
100	50
150	58
200	64
300	86
400	100
500	120
600	135
700	150
800	160
1000	170
1100	172
1200	172

La gráfica de la curva de los valores tomados del horno eléctrico y del polinomio interpolado, se presentan superpuestas en la Figura 2. La finalidad es establecer una relación de comparación. La curva de círculos, representa la función con valores tomados y; la curva continua, la función de interpolación.

Figura 2

Comportamiento de la curva



Diseño del controlador PID mediante el lugar geométrico de las raíces

Para el sistema de control de temperatura del horno eléctrico, se utiliza el diseño del controlador proporcional integral derivativo - PID por el método del lugar geométrico de las raíces. El sistema completo se describe con el diagrama a bloques de la Figura 3.

El bloque que corresponde al actuador y el sensor o elemento de medición de temperatura, es una termocupla, la que se considera como una constante y, de forma ideal, con ganancia unitaria. Para diseñar el controlador del sistema, es necesario conocer las especificaciones del sistema a lazo cerrado, lo cual lo consideramos $M_p \leq 20\%$ y $t_s \leq 720$ seg.

Hallamos primeramente el factor de amortiguamiento ρ de acuerdo a la ecuación 7.

$$\rho \geq \sqrt{\frac{(\ln M_p)^2}{\pi^2 + (\ln M_p)^2}} = \sqrt{\frac{(\ln 0,2)^2}{\pi^2 + (\ln 0,2)^2}} \quad (7)$$

$$\rho \geq 0,456$$

Se propone un coeficiente de amortiguamiento $\rho=0,8$ y tiempo de establecimiento $t_s = 720$ s.

$$t_s = \frac{4}{\rho \omega_n} \quad (8)$$

Despejando la frecuencia natural no amortiguada del sistema de la ecuación (9), tenemos:

$$\omega_n = \frac{4}{t_s \rho} = 0,00694 \quad (9)$$

Una vez conocidas las especificaciones del sistema se debe conseguir que el lugar geométrico de las raíces pase por el punto propuesto: $s_{1,2} = -\rho \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1-\rho^2}$ en este caso este punto es:

$$s_{-1} = -0,00555 + j0,004164 \quad (10)$$

El valor de la ecuación (10) es un punto por donde debe pasar el nuevo lugar geométrico de las raíces para cumplir con las especificaciones propuestas. Para este caso específico, se busca mejorar el tiempo de establecimiento del sistema. Y el otro aspecto importante, es la automatización del sistema; para conseguir eso, se utiliza un controlador Proporcional Integral Derivativo - PID con una función de transferencia:

$$G_C(S) = \frac{K(S + a)(S + b)}{S} \quad (11)$$

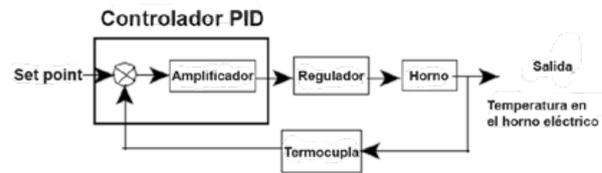
O bien:

$$G_C(S) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S \right) \quad (12)$$

Cuando se introduce el controlador se adicionan dos ceros y un polo en el origen al sistema. Hasta el momento se desconoce la ubicación de dichos ceros. Enseguida, se realiza un análisis para obtener su ubicación y conseguir que el punto deseado sea lugar geométrico de las raíces.

Figura 3

Diagrama de bloques del sistema de control de temperatura



Para que el punto deseado sea lugar geométrico de las raíces, debe cumplir con la condición de ángulo:

$$\angle GH = \sum \angle \theta_{ceros} - \sum \angle \theta_{polos} = \pm 180^\circ \quad (13)$$

Para este sistema, esta condición de fase queda expresada como:

$$\begin{aligned} [\angle(s + a) + \angle(s + b) - \angle s - \angle s + 1,54 \\ \times 10^{-3}]_{s=0,00555+j0,004164} \\ = -180^\circ \end{aligned} \quad (14)$$

Los ángulos $\angle s = 141,34^\circ$ y $\angle(s + 1,54 \times 10^{-3}) = 111,06^\circ$; son conocidos. Para que el punto deseado cumpla la condición de argumento, se propone que los dos ceros tengan el mismo ángulo, por lo tanto, se procede a encontrar el valor de este ángulo:

$$\begin{aligned} [2\angle(s + a) - (141,34^\circ \\ + 111,06^\circ)]_{s=0,00555+j0,004164} \\ = -180^\circ \end{aligned} \quad (15)$$

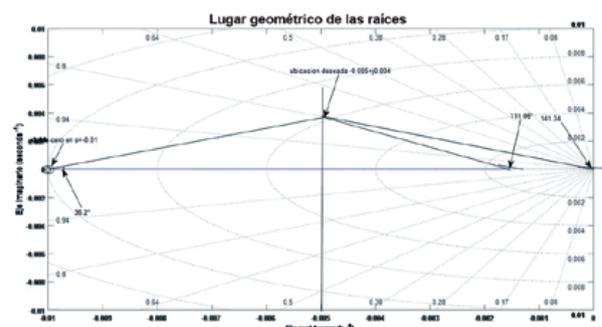
La ecuación (15) revela que los ceros del compensador deben tener una contribución de $72,4^\circ$, para que el punto deseado sea lugar de las raíces.

La Figura 4, se ha realizado con MATLAB en el cual se observa que al ubicar los dos ceros en el punto $s = -0,01$, cada uno de los ceros tendrá una contribución de:

$$\angle(s+a) = \angle(s+b) = 36,2^\circ C$$

Figura 4

Diagrama del lugar de las raíces del sistema de temperatura



Entonces, la función de transferencia del compensador se puede escribir como:

$$G_C(S) = \frac{K(S + 0,01)^2}{S} \quad (16)$$

Hasta el momento se conoce la ubicación de los ceros del compensador, pero aún se desconoce la ganancia del compensador de la ecuación (16), con la cual se cumplen las especificaciones del sistema. Se utilizó la condición de magnitud para encontrar el valor de K en el compensador, en la que el lugar geométrico de las raíces pasa por el punto deseado:

$$s_{-1} = -0,00555 + j0,004164$$

$$K = \left| \frac{S(S + 1,54 \times 10^{-3})}{3,09(S + 0,01)^2} \right|_{s_1 = -0,00555 + j0,004164} \quad (17)$$

Obteniendo $K = 0,267$, entonces la función de transferencia del controlador PID, queda expresada con la ecuación (18).

$$G_C(S) = \frac{0,267(S + 0,01)^2}{S} \quad (18)$$

También puede ser expresado la función de transferencia del controlador PID en la fórmula (19).

$$G_C(S) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i S} + T_D S \right)$$

$$= 0,0054 \left(1 + \frac{1}{200S} + 50S \right) \quad (19)$$

Discusión

Simulación del sistema de control de temperatura del horno eléctrico utilizando Simulink de Matlab

Para ver la respuesta de controlador PID, calculado para el control de temperatura del horno eléctrico, se utilizó Simulink, para lo cual se registró el diagrama de la Figura 5.

En el diagrama anterior al sistema de control de

temperatura, se le aplica un escalón unitario (STEP), el cual sirve para simular una falla repentina o súbita (es el tipo de falla que se presenta usualmente en cualquier sistema).

La respuesta lo observamos en (SCOPE), la cual se puede observar en la Figura 6; donde se puede analizar la respuesta que presenta el controlador PID de temperatura en el horno eléctrico. Del diagrama se puede apreciar que, el tiempo de establecimiento es de 720 s. como se había previsto y el sobreimpulso del sistema es menor de 10 %; el cual es menor que el 20 %, con lo cual se está cumpliendo con las especificaciones de diseño.

Simulación del sistema de control de temperatura del horno eléctrico utilizando Labview

De las figuras 7 y 8, se puede apreciar que el tiempo de establecimiento es de 720 s. como se había previsto y, el sobreimpulso del sistema es de aproximadamente menor del 10 %, el cual es menor del 20 %, con lo cual se está cumpliendo con las especificaciones de diseño.

Para obtener el modelo matemático, se calentó el horno eléctrico durante un determinado tiempo y con las dimensiones se obtuvo la función de transferencia de la planta. También, permite validar cuál es el modelado matemático que mejor se ajusta al proceso de la planta construida, dando como mejor modelo de transferencia un sistema de primer. Para considerar un modelo aceptable y estable, se afirma que esta función es la que mejor se acopla a la dinámica de nuestra planta.

Luego de haber obtenido la función de transferencia de la planta, se le asigna ciertas especificaciones a cumplir por el sistema de control de nivel (sobreimpulso máximo del 20 % y tiempo de establecimiento 720 segundos, por ser el sistema lento); luego, se verificó, mediante Simulink de MATLAB y de LABVIEW, figuras 6 y 7, en el cual se cumplen con las especificaciones de diseño, ya que el sobreimpulso es de 10 % y el tiempo de establecimiento de 720 segundos.

Figura 5

Diagrama del sistema en SIMULINK

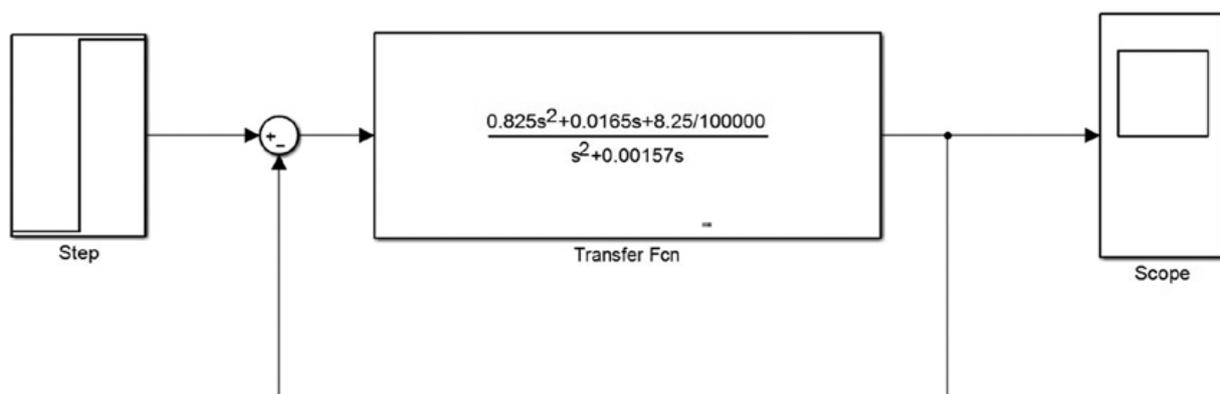


Figura 6

Respuesta del sistema de control de temperatura con SIMULINK

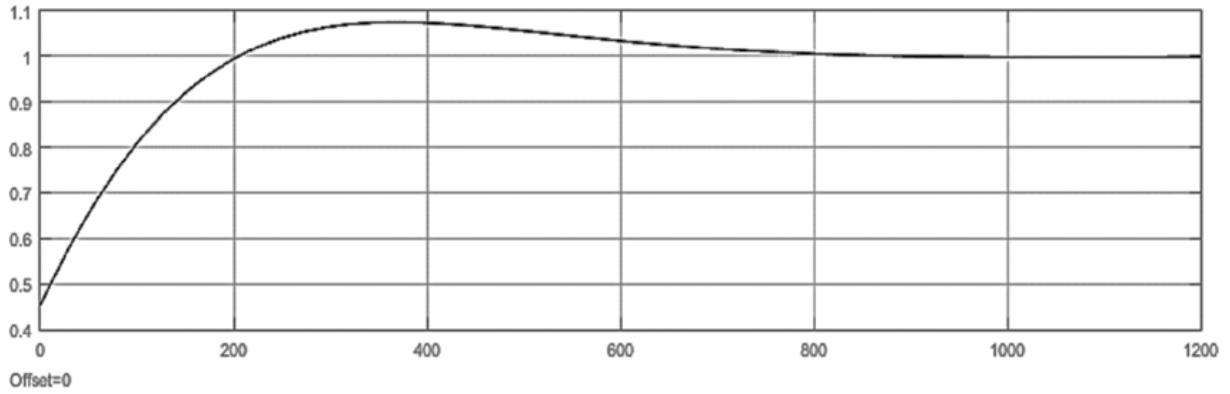


Figura 7

Panel frontal: Resultado de simulación con Labview

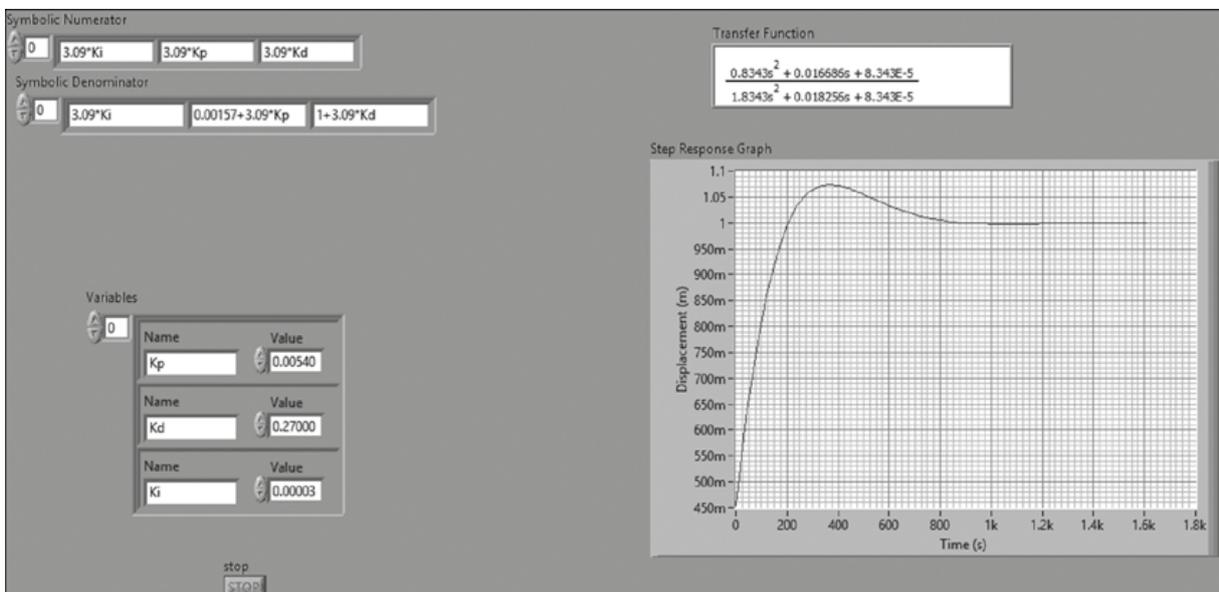
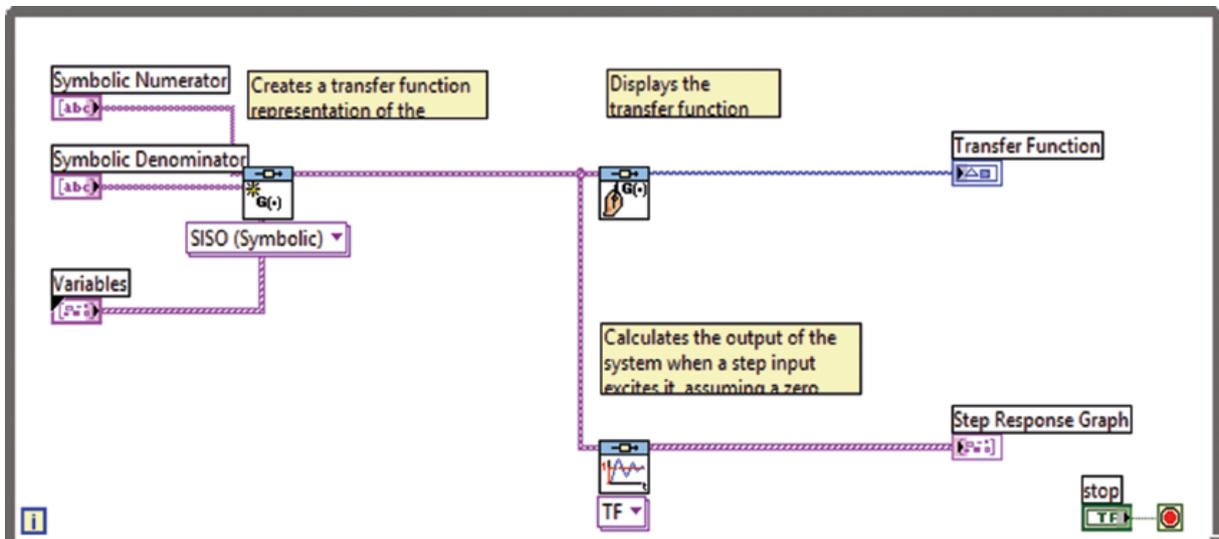


Figura 8

Diagrama de bloques: Resultado de simulación con Labview



Conclusiones

- Con los datos adquiridos de la planta se obtuvo un modelo matemático térmico que representa la dinámica de la planta. Este modelo es de primer orden.
- Una vez obtenido el modelo matemático se implementó en Simulink un controlador PID, en el cual se determinan las especificaciones de diseño las cuales son las adecuadas de acuerdo a las especificaciones.
- Este proyecto cumple con los objetivos que se propusieron al inicio, el diseño del controlador PID de temperatura del horno eléctrico. Su modo de operación es sencillo y de una manera más eficaz.
- Se logró la programación e implementación del controlador para el correcto funcionamiento del prototipo establecido.
- La termocupla tiene un tiempo de respuesta retardada vista a través del trabajo desarrollado.
- El empleo del disipador para el relé de estado sólido es muy importante ya que facilita el trabajo óptimo de este durante el proceso al que está sometido.

Referencias bibliográficas

- Belove, CH. (2002) *Enciclopedia electrónica*. España. Ed. Océano.
- Chang Yang, Lewis, y Paul, H. (1999) *Sistemas de control en ingeniería*. Ed. Prentice-Hall, España.
- Cooper William, D. (2000) *Instrumentación electrónica moderna y técnicas de medición*. España. Ed. Pearson Prentice Hall.
- Creus Sole, Antonio. (2005) *Instrumentación industrial*. España, Ed Marcombo.
- Gualda, J. (2002) *Electrónica industrial*. España, Ed. Marcombo.
- Ogata Katushiko. (2010) *Ingeniería de control moderno*. Madrid, Edit. Printice Hall.