

Modelación de funciones de probabilidad de densidad en plantaciones de *Pinus caribaea* var. *caribaea*

Modeling of density probability functions in plants of *Pinus caribaea* var. *Caribaea*

Bertha Rita Castillo Edua¹, C. Héctor Barrero Medel¹, C. Víctor Ernesto Pérez León¹.
¹Departamento de Ciencias Forestales, Universidad de Pinar del Río, Cuba.
Email: daycrist@upr.edu.cu

RESUMEN

La investigación se desarrolló con el objetivo de ajustar una función de probabilidad de densidad (FPD) en plantaciones de *Pinus caribaea* var. *caribaea* Morelet Barret y Golfari. Se trabajó con datos obtenidos del Proyecto de Ordenación del decenio 2006 - 2016 de la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, perteneciente a la Empresa Agroforestal Pinar del Río. Para seleccionar los rodales incluidos en el estudio se identificaron, según la Norma Ramal 595 y con la ayuda del SIFOMAP IV, aquellos con densidades superiores a 0,7 con diferentes edades y calidades de sitio. En total fueron incluidos 80 rodales pertenecientes a 41 lotes que tenían manejo recomendado. Se determinó la Función de Densidad de Probabilidad de mejor ajuste con el software EasyFIT y como criterio para determinar el mejor ajuste se utilizó el estadístico de Anderson-Darling. La función de mejor desempeño resultó ser la de Weibull (2P) por mostrar mejor comportamiento en la predicción del número de individuos por clases diamétricas, por regresión lineal múltiple por pasos se obtuvieron las ecuaciones de los parámetros de escala y de forma.

ABSTRACT

The research was developed with the aim of adjusting a density probability function (FPD) in *Pinus caribaea* var. *caribaea* Morelet Barret and Golfari plantations. We worked with data obtained from the Management Plan of the decade 2006 - 2016 of the San Juan y Martínez Silvicultural Unit, belonging to the Pinar del Río Agroforestry Company. To select the stands included in the study, according to Standard Branch 595 and with the help of SIFOMAP IV, those with densities above 0.7 with different ages and site qualities were identified. In total 80 stands from 41 lots with recommended management were included. The Probability Density Function of the best fit was determined using the Easy Fit software and the Anderson-Darling statistic was used as the criterion to determine the best fit. The best performance function turned out to be that of Weibull (2P) because it showed better behavior in the prediction of the number of individuals by diametric classes, by multiple linear regression by step the equations of the parameters of scale and of form were obtained.

Palabras clave | Key words:

función de probabilidad de densidad, raleos, redes neuronales artificiales, *Pinus caribaea*
density probability function, thinning, artificial neural networks, *Pinus caribaea*

Introducción

El conocimiento del número de árboles correspondiente a cada clase diamétrica de un rodal es de gran utilidad para el planeamiento y manejo de plantaciones forestales, ya que permite estimar la variabilidad entre individuos, los posibles productos a obtener y por lo tanto, el valor de la plantación. Las funciones de densidad de probabilidad (fdp) son utilizadas en el ámbito forestal para estimar la probabilidad de ocurrencia de un número de individuos y la probable distribución que presentará según sus diámetros, describiendo en términos matemáticos la estructura del rodal (Vallejos, 2009).

La caracterización de las distribuciones diamétricas proporciona información sobre la estructura del rodal y ayuda en la planeación de los tratamientos silvícolas en masas forestales bajo manejo. Varios investigadores han realizado estudios en este tema entre los que se pueden citar: Álvarez y Ruiz (1998) emplearon la distribución gamma, Maldonado y Návar (2002), Gorgoso et al. (2007), Binoti et al. (2014) utilizaron la función de distribución de Weibull. La distribución SB de Jhonson fue empleada por y Fidalgo et al. (2009).

Pinus caribaea es una de las especies forestales que ha despertado un especial interés a nivel mundial por su potencial de alta producción y en Cuba es priorizada en los planes de reforestación de la región occidental y central hasta el año 2020, por lo que se hace necesario una silvicultura efectiva que haga más eficaz su aprovechamiento (Castillo, 2014). El incumplimiento de los planes de manejo de la Ordenación Forestal para la silvicultura provoca que los raleos no se ejecuten en el momento preciso, obteniéndose bajos rendimientos en los surtidos planificados según los objetivos de las plantaciones de la especie (Russo, 2015).

La Unidad Silvícola San Juan y Martínez no está exenta al deficiente control del raleo por lo que se hace necesario aplicar una herramienta que permita estimar el comportamiento de las clases diamétricas como herramienta para la toma de decisiones de las actividades silvícolas (Castillo, 2015). La investigación se realizó con el objetivo de ajustar una función de probabilidad de densidad en plantaciones de *Pinus caribaea* var. *caribaea* Morelet Barret y Golfari de la Unidad Silvícola San Juan y Martínez perteneciente a la Empresa Agroforestal Pinar del Río, Cuba.

Método

Se realizó un muestreo aleatorio estratificado, contando con el área basal como variable de estratificación. Se identificaron dos estratos: uno para las plantaciones que satisfacen la condición de un área basal y con una altura para densidad mayor que 0.7 y otro para los que no satisfacen esta condición, contando con una superficie total de 3 984.3 ha de las cuales 3 111.3 ha son de áreas ocupadas por plantaciones con densidades menores que 0.7 y 873 ha de plantaciones con densidades mayores que 0.7.

Para el muestreo piloto se tomaron 15 rodales con densidades menores a 0.7 y 10 para densidades mayores que 0.7 estableciéndose en cada rodal una parcela cuadradas de 400 m², calculándose el número de muestra mediante la ecuación siguiente:

$$n = \frac{t \sigma_{h=1}^L W S^2}{E + t \sigma_{h=1} \frac{W S^2}{N}} \quad \text{Fuente: Aldana, 2009 (1)}$$

Donde:

n: número de muestras representativas

Wh: proporción del estrato (h) en la población

S_h²: varianza por estrato

N: número total potencial de unidades de la población

E: error de muestreo.

t: t de student

Abordaje tradicional con las Funciones de Densidad de Probabilidades.

Para la determinación de la función de probabilidad de densidad de mejor ajuste se emplearon las redes neuronales artificiales recomendados por Bishop (1995) por tener un menor número de iteraciones debido a una mejor tasa de convergencia y una capacidad de búsqueda más inteligente, se analizaron diferentes funciones (tabla 1).

Tabla 1

Funciones de densidad de probabilidades utilizadas para modelos de distribución de diámetros (MDD).

FDP	Modelo matemático
S _B de Johnson	$f(X) = \frac{\delta\lambda}{\sqrt{2\pi(X-\varepsilon)(\lambda+\varepsilon-X)}} e^{-\lambda_2[\gamma+\delta\text{Ln}[\frac{X-\varepsilon}{\lambda+\varepsilon-X}]]} \quad [2]$ <p>$\varepsilon, \lambda, \delta, e\gamma$ = Parámetros del límite inferior (localización), amplitud (escala), asimetría (forma) y cutrosas</p>
Weibull (2P)	$f(X) = \frac{\beta}{\alpha} \left[\frac{X}{\alpha}\right]^{\beta-1} e^{-\left[\frac{X}{\alpha}\right]^\beta} \quad [3]$ <p>α = Parámetro de escala; β = parámetro de forma; X = centro de clase de diámetro</p>
Burr (4P)	$f(X) = \frac{\gamma k \left[\frac{X-\alpha}{\beta}\right]^{\gamma-1}}{\beta \left[1 + \left[\frac{X-\alpha}{\beta}\right]^\gamma\right]^{k+1}} \quad [4]$ <p>γ y k parámetros de forma ($\gamma > 0$); β = parámetro de escala ($\beta > 0$); α = parámetro de localización ($\alpha = 0$) para distribución con dos parámetros</p>

FDP = Función de Densidad de Probabilidad

Para el ajuste de los datos se empleó el software FitFD con el lenguaje de programación Jaba, utilizando como entorno de desarrollo IDE (Integrated Development Environment) Net Beans 7.1 y JDK 7.3 (Java Development Kit) disponibles de forma gratuita en el sitio Neuro Forest (<http://neuroforest.ucoz.com/>); diseñado por Binoti et al. (2014). Para determinar el mejor ajuste se empleó la Prueba de Anderson-Darling.

Resultados

La caracterización de las distribuciones diamétricas proporciona información sobre la estructura del rodal y ayuda en la planeación de los tratamientos silvícolas en masas forestales bajo manejo (Quiñones et al. 2015). La función de densidad de probabilidad (FPD) Weibull es la más usada desde su introducción al campo forestal por Bailey y Dell (1973) y debido a su eficiencia y relativa facilidad de aplicación es una herramienta clásica de manejo en rodales puros coetáneos (Vanclay, 1994; Magaña et al. 2008). Su forma cerrada y gran flexibilidad es una ventaja porque puede adoptar diferentes formas desde una J invertida hasta distribuciones en forma de campana con diferentes grados de sesgo; su desventaja principal es su unimodalidad (Maldonado y Nívar, 2002).

Borders y Patterson (1990) generaron un método para caracterizar estructuras diamétricas de rodales que no requieren una distribución probabilística a priori. Los modelos de distribución de diámetros (MDD) o distribución diamétrica estiman el número de árboles por hectárea por clase diamétrica en edades presentes y futuras (Campos y Leite, 2013). Según Binoti et al. (2014), la precisión de las estimaciones de clase de diámetro está influenciada por la elección de FDP que mejor describe los datos observados. Utilizando el sistema para ajustes de funciones de densidad de probabilidad software EasyFit se obtiene como la función de mejor ajuste la de Weibull de 2 parámetros poseer el menor valor del estadístico de Anderson Darling (tabla 2).

Tabla 2

Bondad de ajuste de las funciones analizadas y su ranking

Función	Anderson Darling	Ranking
Weibull (2p)	0.32123	1
Johnson SB	0.32429	2
Burr (4p)	0.32458	3

Una representación de esta función para la muestra analizada se obtiene en las fig.1 y 2.

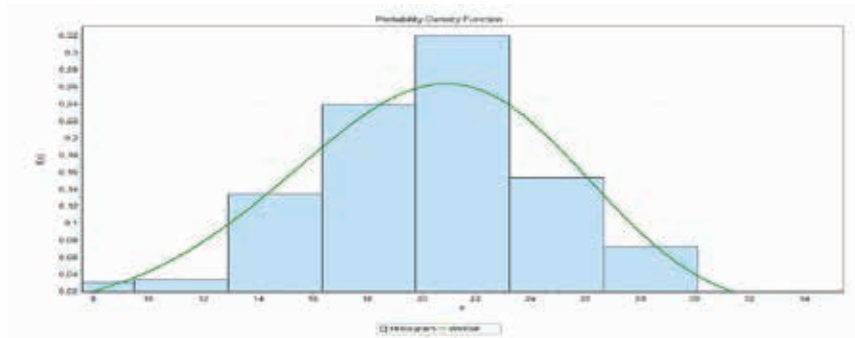


Figura 1. Ajuste de la función de Weibull de 2 parámetros para la especie en el área de estudio.

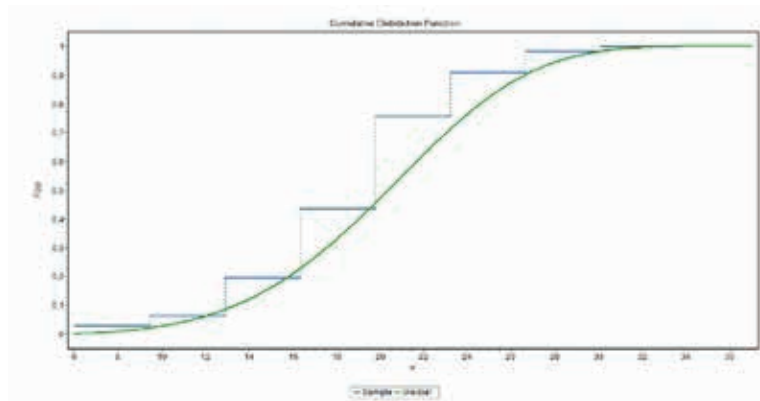


Figura 2. Ajuste de la función acumulada para rodales con diferentes densidades

Con el empleo de la correlación bivariada se correlaciona los parámetros de escala y de forma de la función de con las variables dasométricas obteniéndose la matriz de correlación de Pearson (Tabla 3).

Tabla 3

Matriz de correlación de Pearson

		D	H	Ho	Do	edad	Dmin	Dmax		
α	Correlación de Pearson	1	.567**	-.402*	-.356	-.323	-.435*	-.103	.938**	.271
	Sig. (bilateral)		.001	.028	.054	.081	.016	.590	.000	.148
	N	30	30	30	30	30	30	30	30	30
β	Correlación de Pearson	.567**	1	-.363*	-.292	-.212	-.299	-.270	.796**	.897**
	Sig. (bilateral)	.001		.049	.118	.260	.109	.149	.000	.000
	N	30	30	30	30	30	30	30	30	30

** . La correlación es significativa en el nivel .01 (2 colas)

* . La correlación es significativa en el nivel .05 (2 colas).

En la tabla 4 se muestran los coeficientes de regresión parcial de las variables incluidas en el modelo de regresión, es decir la información necesaria para construir la ecuación de regresión en cada paso (incluyendo el término constante así como la significación estadística de los mismos) rechazándose para el modelo 1 la constante siendo

significativo todos los coeficientes para el modelo 2 $\alpha > .05$ con valores de tolerancia mayores que .01 lo cual rechaza la hipótesis nula para el supuesto de multicolinealidad como etapa de validación de modelo denotando la calidad del mismo.

Tabla 4

Coefficientes del modelo

Modelo	B	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig. Tolerancia	Estadísticas de colinealidad	
		Error estándar	Beta				VIF	
1	(Constante)	.362	.283		1.281	.211		
	Dmin	.324	.023	.938	14.341	.000	1.000	1.000
2	(Constante)	2.653	.272		9.749	.000		
	Dmin	.395	.013	1.144	30.189	.000	.688	1.454
	Dmax	-.109	.011	-.368	-9.713	.000	.688	1.454

a. Variable dependiente: parámetro escala (

Así resultan para la modelación del parámetro escala (α) como modelo de mejor ajuste el siguiente:

$$\alpha = 2.653 + 0.395 Dmin - 0.109 Dmax \quad [18]$$

En relación al ajuste del modelo del parámetro forma (β) se determinó por el mismo procedimiento que para el parámetro escala (α) resultando la tabla 5.

Tabla 5

Bondad de ajuste del modelo para el parámetro forma (β)

Modelo	R	R ²	R ² ajustado	Error estándar de la estimación	Durbin-Watson
1	.897 ^a	.804	.797	2.10066	
2	.965 ^b	.930	.925	1.27460	
3	.976 ^c	.953	.948	1.06353	
4	.980 ^d	.961	.955	.98823	2.380

a. Predictores: (Constante), Dmax

b. Predictores: (Constante), Dmax, Dmin

c. Predictores: (Constante), Dmax, Dmin, edad

d. Predictores: (Constante), Dmax, Dmin, edad, H V

Por su parte en la tabla 6 se muestran los coeficientes de regresión parcial de las 4 variables incluidas, para analizar la significancia estadística de los mismos, aceptándose para los 4 modelos la relación existente entre las variables al presentar sig. < .05 lo que indica que el modelo mejora significativamente la predicción del parámetro forma.

Tabla 6
Coefficientes no estandarizados para el modelo de parámetro forma.

Modelo	B	Coefficients no estandarizados		Coefficients estandarizados		Sig.	Estadísticas de colinealidad	
		Error estándar	Beta	t	Tolerancia		VIF	
1	(Constante)	.207	1.967		.105	.917		
	Dmax	.725	.068	.897	10.716	.000	1.000	1.000
2	(Constante)	1.074	1.200		.895	.379		
	Dmax	.532	.050	.657	10.736	.000	.688	1.454
	Dmin	.403	.058	.429	7.004	.000	.688	1.454
3	(Constante)	-3.885	1.711		-2.271	.032		
	Dmax	.602	.046	.744	13.156	.000	.561	1.781
	Dmin	.394	.048	.418	8.174	.000	.686	1.458
	edad	.106	.030	.172	3.575	.001	.776	1.288
4	(Constante)	-3.675	1.592		-2.308	.030		
	Dmax	.640	.046	.792	13.978	.000	.483	2.070
	Dmin	.338	.051	.359	6.603	.000	.525	1.905
	edad	.172	.040	.279	4.285	.000	.365	2.736
	H	-.187	.083	-.142	-2.261	.033	.396	2.528

a. Variable dependiente: β

Así resultan sustituyendo los coeficientes de regresión no estandarizados el siguiente modelo:

$$\beta = -3.675 + 0.64D_{max} + 0.338D_{min} + 0.172edad - 0.187H \quad [19]$$

Discusión

El análisis de las distribuciones diamétricas permite inferir el estado demográfico de las masas de bosque y sus posibles problemas de manejo. Los modelos de distribución de diámetros (MDD) o distribución diamétrica estiman el número de árboles por hectárea por clase diamétrica en edades presentes y futuras (Campos & Leite, 2013).

Estos resultados del mejor ajuste de la función de Weibull se corresponden con los encontrados por Ferrere et al. (2001) para *Pinus caribaea* var. *caribaea* en Argentina así como para otras especies de *Pinus* como: *Pinus pinaster* por Álvarez y Ruiz (1998) en Galicia, España; *Pinus pinea* por Nanos (2002) en Valladolid, España; en plantaciones de *Pinus durangensis*, *Pinus engelmannii*, *Pinus cooperi*, y *Pinus arizonica* por Maldonado y Nívar (2002) en Durango México y para *Pinus patula* por Santiago et al. (2014) en la región de Zacualtipán, Hidalgo, México; así como con los encontrados en plantaciones de *Pinus taeda* por Hirigoyen y Rachid (2014) en Uruguay, por Rubio et al. (2015) para parcelas permanentes de *Pinus*, *Juniperus* y *Quercus* en Nuevo León, México. Además, estos resultados discrepan con los encontrados para la especie por Montalvo et al. (1992) quienes encontraron como función de mejor ajuste la de Gauss.

Como se puede constatar en la matriz de correlación existe una correlación fuerte y significativa del parámetro escala con el diámetro mínimo (Dmin) y una correlación medianamente aceptable y negativa con el diámetro dominante (Do) y el diámetro medio (D) de la plantación, por su parte para el parámetro de forma la variable más fuertemente correlacionada fue el diámetro máximo y también existe una correlación aceptable con el diámetro mínimo, estos resultados coinciden con los obtenidos para otras especies por Rennolls et al. (1985); Ortega, (1989); Erviti, (1991); Maltamo et al. (1995); Alvarez, (1997), Maldonado y Nívar (2002).

Con el modelo 4 se explica el 96,1% de la varianza del parámetro forma (β) siendo el mejor. Al realizar el análisis o puntaje de la prueba de Durbin - Watson se observa que tiene un valor de 2.380 por lo que se acepta el supuesto de independencia serial de los residuos al encontrarse entre 1.5 y 2.5. El valor del nivel crítico permite afirmar que la incorporación de las variables edad y altura media contribuyen significativamente a explicar el

comportamiento de la variable dependiente (parámetro forma β). Las cuatro variables (Dmax, Dmin, edad, H) seleccionadas en el modelo final consiguen explicar el 96.1 % de la variabilidad que presenta el parámetro forma (β).

Con una metodología similar a la utilizada para la obtención de los parámetros α y β por la relación de las variables de la masa en este trabajo, Rennolls et al.(1985) obtuvieron para *Picea sitchensis*, con datos de 120 parcelas, una varianza explicada del 45.5 % para un modelo lineal cuya variable independiente fue el dg, al igual Álvarez (1997) en *Pinus pinaster* en Galicia con $R^2=0.99$ y por García (2002) en *Pinus pinea* en Valladolid, España quienes expresan la preponderancia de dg casi con exclusividad para explicar el parámetro α , así como para el parámetro β presenta un importante porcentaje de variación que no es absorbido por el modelo lineal que lo relaciona con dg y la edad.

Kilki et al. (1989) construyeron modelos de regresión lineal de los parámetros α y β de la función de Weibull. En ambos casos, la variable de la masa que explicaba una mayor variación de los parámetros es dg en el caso del parámetro β , los autores también incluyeron otras variables como g y la edad, aunque no comentan la correlación entre el conjunto de las variables independientes, Ibáñez et al.(1995) obtuvieron un coeficiente de correlación de 0.79 en un modelo de predicción de α a partir de la raíz cuadrada del diámetro cuadrático medio y del logaritmo de la edad.

Maldonado y Navar (2002) en 18 rodales plantados con *Pinus durangensis*, *Pinus cooperi*, *Pinus engelmannii* y *Pinus arizonica* obtuvieron los modelos del parámetro α en función de diámetro 1.30 medio y la altura dominante con un $R^2=0.99$, y el parámetro forma (β) es explicado con un 92 % del diámetro cuadrático basal, la altura media y el parámetro escala (α).

La función Weibull puede caracterizarse de manera dinámica a partir de la predicción de sus parámetros. Es decir, después de haber estimado los parámetros α , β (parámetros de escala y forma) con alguno de los métodos diseñados para ello se pueden relacionar con variables del rodal usando modelos lineales (o no lineales). De esta forma al cambiar las variables del rodal, automáticamente cambiarán los parámetros que caracterizan la distribución diamétrica. En general este se considera un método débil para estimar los parámetros de la función Weibull, sin embargo se han obtenido buenos resultados de ajuste que además permiten obtener directamente los parámetros de las distribuciones futuras proyectadas y facilitan la planeación de los regímenes de cortas intermedias (García et al. 2002).

Referencias

- Aldana, E., Rodríguez, J., Padilla, G. y García, I (2009). Análisis de diferentes edades para establecer el turno de tala en plantaciones de *Pinus caribaea*. *Revista Forestal Baracoa*. Número Especial.
- Álvarez, J. G. (1997). Análisis y caracterización de las distribuciones diamétricas de *Pinus pinaster* Ait en Galicia, Madrid. *Investigación Agraria*. 11(1-2), 114 – 126.
- Álvarez, J. G., y Ruiz, A. D (1998). Análisis y modelización de las distribuciones diamétricas de *Pinus pinaster* Ait en Galicia. *Revista Investigación Agraria*. 7(1-2), 123-138.
- Bailey, R., Dell. T (1973). *Quantifying diameter distributions with the Weibull function*. Recuperado de <http://ftp.ceces.upr.edu.cu/centro/repositorio/Textuales/Libros>.
- Binoti, M. L (2012). *Emprego de Redes Neurais Artificiais em Mensuração e Manejo Florestal*. Tesis doctoral. Universidad Federal de Viçosa, Brasil.
- Binoti, D. H., Binoti, M. L. y Leite, H. G. (2014). Projeção da distribuição diamétrica de povoamentos equiâneos utilizando a função Nakagami e Weibull. *Brazilian Journal of Wood Science*, 5, 103-110.
- Bishop, C (1995). *Neuronal Networks for Pattern Recognition*. Oxford University Press.
- Borders, B., & Patterson. W. D. (1990). Projecting stands tables: A comparison of the Weibull diameter distribution

method a Percentile-Based projection method and a basal area growth projection method. *Forest Science*, 36 (2), 413-424.

Campos, J. y Leite, H.G. (2013). *Mensuração florestal: perguntas e respostas* (2ed.). Viçosa.

Castillo, B., Barrero, H., Pérez, V.P y Zárata, R. A (2015). Tratamiento matemático para la selección del raleo en plantaciones de *Pinus caribaea* Morelet. *Revista cubana de Ciencias Forestales CFORES* 3 (2).

Castillo, B., Barrero, H. y Pérez, V.P. (2014). Optimización del raleo en plantaciones de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari mediante un modelo matemático. *Revista Forestal Baracoa*. 33 (Número Especial).

Ervti, J.J (1991). Desarrollo de modelos de crecimiento y producción de las masas forestales de *Pinus halepensis* Mill en España. Tesis doctoral. ETSI. Montes. U.P.M. España.

Ferrere, P., Fassola, H., Fahler, J y Crechi, E. (2001). Distribución diamétricas en *Pinus caribaea* var. *caribaea*. Montecarlo, EEA Montecarlo. (Informe Técnico 26).

Fidalgo, T., Pacheco, C., & Parresol, B.R (2009). Describing maritime pine diameter distribution with Jhonson's SB distribution using a new all - parameter recovery approach, *Forest Science*, 55 (4), 367-373.

García, Y. (2002). Variabilidad genética en pruebas combinadas de procedencia/progenies en *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari. (2002). Recuperado de [ftp://ftp.ceces.upr.edu/centro/repositorio/Textuales/Libros](http://ftp.ceces.upr.edu/centro/repositorio/Textuales/Libros).

Gorgoso, J.J., Álvarez, J.G., Rojo, A., & Garandas - Arias. J.A (2007). Modeling diameter distributions of *Betula alba* L. stands in northwest Spain with the two-parameter Weibull function. *Investigación Agraria*, 16(2) ,13-123.

Hirigoyen, A. y Rachid, C. (2014). Selección de funciones de distribución de frecuencias diamétricas para *Pinus taeda*, *Eucalyptus globulus* y *Eucalyptus dunnii* en Uruguay. *Revista Bosque*, 35(3).

Kilkki, P., Maltamo, M., Mykkänen, R., & Päivinen, R (1989). Use of the Weibull function in estimating the basal area dbh – distribution. *Silva Fennica*, 23(4), 311-318.

Magaña, T., Torres, R., Rodríguez, F., Aguirre, D.y Fierros, G (2008). Predicción de la producción y rendimiento de *Pinus rudis* Endl, en Aloapan, Oaxaca. *Madera y Bosques* 14(1) ,5-19.

Maldonado, D. y Návar, J (2002). Ajuste y predicción de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de plantaciones de pino de Durango, México. *Madera y Bosques*, 8(1), 61-72.

Maltamo, M., Puumalainen, J., & Päivineen R (1995). Comparison of beta and Weibull fuctions for modelling basal área diameter distribution in stands of *Pinus sylvestris*. *Investigación Agraria*, 10(2), 284 - 295

Ministerio de la Agricultura (2006). *Estrategia de Desarrollo Forestal 2005-2015*. Cuba.

Montalvo, J., Gra, H. y De Nacimiento. J (1992). Estudios dasométricos en plantaciones de *pinus caribaea* var. *caribaea*: Distribución de frecuencias diamétricas. *Revista Forestal Baracoa*, 22(2), 48 -121.

Nanos, N.,& Monteros, G. (2002). Spatial prediction of diameter distribution models. *Forest Ecology and Management*, 161(1-3), 147–158.

Quiñonez, B., De los Santos, P., Cruz, C., Velázquez, M., Ángeles, P. y Ramírez, V. (2015). Modelación dinámica

de distribuciones diamétricas en masas mezcladas de *Pinus* en Durango, México, *Madera y Bosques*, 21(2), 59-71.

Rennolls, K., Geary, D.N., & Rollinson, T.J. (1985). Characterizing diameter distribution by the use of the Weibull distribution. *Forestry*, 58 (1), 57-66.

Russo, I (2015). *Situación del sector Forestal en Cuba al cierre del 2014*. Conferencia desarrollada en el II Taller Nacional de Silvicultura. Dirección Nacional Forestal. Cienfuegos. Cuba.

Santiago, W., De los Santos, H.M, Ángeles., Corral, J, J., Valdez, J. R. y Del Valle, D, H. (2014). Predicción del rendimiento maderable de *Pinus patula* Schl, et Cham, a través de modelos de distribución diamétrica. *Revista Agrociencia*, 8(41), 87 – 101.

Vanclay, J. (1994). *Modeling forest growth and yield. Applications to mixed tropical forest CAB International*, 312

Vallejos, O (2009). Proposta metodológica para o ajuste ótimo da distribuição diamétrica Weibull 3P. *Floresta*, 34 (3), 127.