

Aprendizaje de la estadística descriptiva en secundaria básica con datos provenientes del consumo de energía

Likaćhina ćhalkachi yaćhana sikundarya allaykuyćhu achkichi achki kilkashakap shamukunawan

Ogotagansi asi ogokoitagantsi kara isangenaigi ira janekijegi sekundariaberi kara intanaigaro oborentsitsapage

Recepción: 23 abril 2020    Corregido: 16 junio 2020    Aprobación: 10 agosto 2020

*Yusimí Guerra Véliz*

*Nacionalidad: Cubana / Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas  
Correo: [yusimig@uclv.cu](mailto:yusimig@uclv.cu) / ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1711-5686>*

*Andier Aguilar García*

*Nacionalidad: Cubana / Escuela Secundaria Básica "Fe del Valle"  
Correo: [aagarcia@esbfv.vc.rimed.cu](mailto:aagarcia@esbfv.vc.rimed.cu) / ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5982-2311>*

*Julio Leyva Haza*

*Nacionalidad: Cubana / Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas  
Correo: [haza@uclv.cu](mailto:haza@uclv.cu) / ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6616-7095>*

## Resumen

El aprendizaje de la estadística en secundaria básica exige de su contextualización para dotar de significado la actitud de los alumnos ante la realidad circundante y el desarrollo de su intuición estadística. Se presentan los resultados de la aplicación de un proyecto sobre el consumo de electricidad doméstica. La evaluación se realizó aplicando descriptores de idoneidad epistémica desagregados en cuatro niveles. Se logró la participación activa de los estudiantes, la estimulación de actitudes hacia el ahorro de electricidad y el uso de entidades estadísticas abstractas que, en conexión con el contexto, permitieron el estudio de la realidad abordada.

## Palabras clave:

Aprendizaje basado en proyectos, enseñanza de las matemáticas, estadística, didáctica de la estadística, contextualización.

## Lisichiku limaykuna:

Prullitukunap takyanin yaćhana, yupaykuna yaćhachi, ćhalkachi, takyachi allip yaćhachi, kaakunachi.

## Nibarintsipage katingatsaro:

Ogotagantsi netsagetanëro kengagantsipage kara pigotagetagani matemática aike kara okantageiro kaninasati.

## Learning Descriptive Statistics in Basic Secondary School with Data from Energy Consumption

### Abstract

The learning of statistics in high school requires its contextualization to give meaning to the students' attitude towards the surrounding reality and the development of their statistical intuition. The results of the application of a project on the consumption of domestic electricity are presented. The evaluation was performed by applying epistemic suitability descriptors disaggregated into four levels. The active participation of the students was achieved, the stimulation of attitudes towards electricity saving and the use of abstract statistical entities that, in connection with the context, allowed the study of the reality addressed.

### Keywords

project-based learning, mathematics teaching, statistics, statistics teaching, contextualization

## Aprendizagem da estatística descritiva no Ensino Fundamental II com dados do consumo da energia

### Resumo

A aprendizagem da estatística no ensino Fundamental II requer da sua contextualização para dar significação à atitude dos alunos perante a realidade que, o cerca e ao desenvolvimento da sua intuição estatística. São apresentados os resultados da aplicação de um projeto sobre o consumo de eletricidade doméstica. A avaliação foi realizada por meio da aplicação de descritores de idoneidade epistêmica desagregados em quatro níveis. Conseguiu-se a participação ativa dos alunos, a estimulação de atitudes no sentido de economizar energia elétrica e a utilização de entidades estatísticas abstratas que, em conexão com o contexto, permitiram o estudo da realidade abordada.

### Palavras-chave:

aprendizagem baseada em projetos, ensino de matemática, estatística, didática da estatística, contextualização.

### Datos de los autores

Yusimí Guerra Véliz es Profesora Titular del Departamento de Ciencias Exactas de la Facultad de Educación Media de la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas. Doctora en Ciencias Pedagógicas y Licenciada en Educación, especialidad Física y Astronomía, por el Instituto Superior Pedagógico "Félix Varela Morales", Santa Clara, Cuba. Máster en Matemática Aplicada por la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Santa Clara, Cuba.

Andier Aguilar García es Licenciado en Educación en la especialidad de Matemática por la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas. Estudiante de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas de la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.

Julio Leyva Haza es Profesor Titular del Centro de Estudios de Educación de la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas. Doctor en Ciencias Pedagógicas, por el Instituto Superior Pedagógico "Félix Varela Morales", Santa Clara, Cuba. Profesor de Física y Astronomía por la Universidad Pedagógica "Herzen" de San Petersburgo, Rusia.

# Introducción

Cada vez es más apremiante “la formación del alumnado para su incorporación al entorno social como ciudadano responsable en la toma de decisiones” (Solbes y Vilches, 2004, como se citó en Ezquerro et al., 2019, p. 33). Esta es una tarea de todas las disciplinas y en particular de la Estadística ya que “hoy día es constante la presencia de la estadística en nuestra sociedad” (Arteaga et al., 2011, p. 55). Al respecto Estrada (2002) aboga por “una cultura estadística para todos, (...) consistente en dar una base sólida de conceptos básicos, necesaria a la hora de tomar decisiones, informarse o incluso crearse una opinión” (p.19).

En consecuencia, “la estadística es hoy parte del currículo de matemáticas en la educación primaria y secundaria en muchos países” (Batanero, 2009, p. 1). “El interés por la enseñanza de la estadística en los últimos años viene dado por el rápido desarrollo de este campo como ciencia y su aporte instrumental en investigaciones de otras áreas, así como en aspectos de la vida cotidiana” (Alpizar, 2007, p. 99).

“La estadística es una herramienta que permite dotar de sentido al mundo donde el contexto aporta significado” (Zapata-Cardona y González, 2017, p. 64) y en tal sentido, puede ser entendida como un proceso de aplicación de contenidos y sus relaciones con el contexto (Crujeiras y Jiménez, 2015). “La contextualización de los contenidos consiste en enmarcar las actividades didácticas en situaciones reales o verosímiles que plantean problemas, conflictos, polémicas o encargos a los alumnos” (Carrió y Costa, 2017, p. 152). “La contextualización puede enfocarse en dos sentidos: partir de los contenidos para poder interpretar y resolver el contexto, o partir del contexto para introducir y desarrollar los contenidos” (Caamaño, 2005, como se citó en Carrió y Costa, 2017, p. 152). El papel de ambos enfoques es significativo por involucrar las actitudes que “actúan como un pegamento social que interconecta intereses y acciones individuales y colectivas” (Tobin, 2010, p. 303).

En este estudio se valora la contextualización del aprendizaje de la estadística descriptiva mediante un proyecto sobre consumo de electricidad doméstica en escolares de secundaria básica.

## De los objetivos de la enseñanza de la estadística a su realización por proyectos

Según Estrella (2017) los modelos actuales de la enseñanza de la estadística tienen como objetivo desarrollar la alfabetización estadística, el razonamiento estadístico y el pensamiento estadístico.

La alfabetización estadística se define como: “la capacidad para analizar, interpretar y comunicar la información a partir de los datos extraídos de las situaciones del entorno” (Azcarate y Cardeñoso, 2011, p. 792) y es necesaria para que los estudiantes puedan ser ciudadanos efectivos en la sociedad de la información (del Pino y Estrella, 2012).

El razonamiento estadístico se refiere a “la forma en que las personas razonan con las ideas y dan sentido a la información estadística” (Estrella, 2017, p. 178), toman decisiones, conectan conceptos estadísticos entre sí, combinan ideas sobre los datos y el azar y comprenden, explican e interpretan los procesos y los resultados estadísticos (Estrella, 2017).

El pensamiento estadístico implica “conocer cómo y por qué usar un método particular, el medir, el diseñar o modelar estadísticamente” (Estrella, 2017, p. 179).

Estas ideas son compartidas, también por otros investigadores. Watson se refiere al conocimiento básico de los conceptos estadísticos y probabilísticos, a la comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos, y a una actitud crítica para cuestionar argumentos basados en evidencia estadística no suficiente (como se citó en Batanero, 2002).

Estos objetivos no pueden verse, como ya se ha valorado, separados del contexto. “Se trata de presentar el análisis exploratorio de datos, centrar la estadística sobre las aplicaciones y mostrar su utilidad a partir de áreas diversas” (Batanero y Díaz, 2004, p. 1). Para esto es útil el trabajo por proyectos (Batanero y Díaz, 2004).

Entre las ventajas de los proyectos se identifican: la posibilidad de usar diversos contenidos (aplicaciones, conceptos, propiedades, notaciones, representaciones, técnicas, procedimientos y actitudes) y su carácter abierto que posibilita variadas soluciones (Batanero y Díaz, 2004), pues “plantea cuestiones que pueden ser interpretadas de diversas maneras, sin sugerir la aplicación directa de una técnica estadística concreta” (Rivas et al., 2018, p. 96).

Además, “evita el aprendizaje fragmentado de los conceptos estadísticos” (Batanero et al., 2011, p. 4) e “introduce a los alumnos en la investigación, les permite apreciar la dificultad e importancia del trabajo del estadístico y les hace interesarse por la estadística como medio de abordar problemas variados de la vida real” (Batanero, 2000, p. 9).

## La enseñanza de la estadística en la Educación Secundaria Básica en Cuba

La línea directriz “estadística”, en el sistema de educación cubana, se inserta en la disciplina Matemática en la enseñanza general, en todos los niveles, y se enfoca a la formulación y resolución de problemas sobre procesos reales (Álvarez et al., 2014).

En la educación primaria los estándares se concretan en: recopilar, organizar, representar e interpretar datos simples, elaborar tablas de distribución de frecuencias, calcular medidas de tendencia central: media aritmética y moda, representar datos simples en gráficos de barra, poligonal, circulares y pictogramas (Álvarez et al., 2014).

En secundaria básica, en séptimo grado, se realiza una sistematización de los contenidos estudiados en educación primaria, (Acosta et al., 2019). En octavo, se consolida, profundiza y amplía la estadística descriptiva y se introducen conceptos y términos en el trabajo con datos simples: identificar las características de las variables y tomar decisiones sobre organización, recogida, localización, recopilación de datos utilizando tablas, gráficos o medidas representativas (media aritmética, moda y mediana). Se enfatiza en describir, interpretar, valorar y elaborar la información referida a los resultados de estudios sobre hechos y fenómenos manifiestos en diversos contextos (Domínguez y Acosta, 2016).

En noveno grado se continúa con el enfoque problémico y se introduce el análisis de datos agrupados en intervalos de clases, determinación de la media aritmética para datos agrupados, la clase modal y la clase mediana, utilizando tablas, histogramas y polígonos de frecuencia (Acosta et al., 2019).

De manera general estos estándares se corresponden con las tendencias internacionales.

La tendencia actual en muchos currículos es una estadística orientada a los datos, donde los estudiantes han de diseñar investigaciones, formular preguntas de investigación, recoger datos usando observaciones, encuestas o experimentos, y proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en los datos (Franklin et al., 2005, como se citó en Batanero et al., 2011, p. 2).

Sin embargo, en ellos se obvia, al menos de forma explícita, el concepto de dispersión, lo cual constituye una debilidad ya que, según Estepa y del Pino (2013), esta es “la esencia de la misma Estadística, si no existiese la dispersión no existiría la Estadística” (p. 47).

Como aspecto positivo se constata la exigencia dirigida a resolver y formular problemas en contexto, por su valor para desarrollar la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico, aspecto que se adecua muy bien a la enseñanza por proyectos.

## Criterios para la elaboración del proyecto

El primer criterio se refiere a conectar el contexto con el modelo estadístico desde el enunciado; “los rasgos identificados en los problemas con enunciado pueden referirse a características perceptibles de los objetos y eventos del mundo real, o a entidades abstractas, (...) las ecuaciones, reglas o leyes, etc.” (Gómez et al., 2013, p. 136). Un proyecto, así formulado “comienza planteando un problema práctico y se usa luego la estadística para resolverlo” (Batanero y Díaz, 2004, p. 9), además promueve el uso integrado de “las aplicaciones de la estadística, los conceptos y propiedades, las notaciones y representaciones y las técnicas y procedimientos” (Batanero y Díaz, 2004, pp. 7-8).

En el proyecto que se presenta, las aplicaciones se refieren tanto a la selección del contexto como a la recolección, análisis y comparación de datos en dicho contexto. Los conceptos y propiedades se concretan en los tipos de variables, escalas de medición, técnicas de recogida de datos, distribución de frecuencias, medidas de tendencia central, nociones de dispersión, tablas y gráficos. Las notaciones son los términos con que los alumnos nombran los conceptos y propiedades, mientras que las representaciones se refieren a la simbología empleada. Las técnicas y procedimientos se refieren tanto a la organización del trabajo en el equipo como al despliegue de las habilidades estadísticas para ejecutar el proyecto.

El segundo criterio se dirige a lograr la implicación del alumno en el contexto. No se trata de cualquier contexto, sino de uno que forme parte de la vida cotidiana del estudiante y lo contenga como un miembro activo de él, para lograr “una enseñanza de la Estadística centrada en el estudiante” (Flores y Pinto, 2017, p. 266). Así, el proyecto exigirá que el alumno despliegue sus “actitudes” (Batanero y Díaz, 2004, p. 8) en la realización del proyecto y desarrolle su intuición estadística, aspecto que constituye “un reto didáctico no suficientemente explicitado en el currículo” (Batanero et al., 2012, p. 17).

Un ciudadano estadísticamente culto debe ser capaz de controlar sus intuiciones sobre el azar, diferenciar las correctas de las incorrectas y aplicar el razonamiento estadístico para controlar sus intuiciones en las situaciones de riesgo y toma de decisión (Batanero, 2002).

En el proyecto que se propone, las actitudes se expresan en las reflexiones que el alumno realiza sobre sus intuiciones entre los contenidos estadísticos y su valor en la interpretación

del contexto, así como su responsabilidad ciudadana en la valoración de los resultados alcanzados, la propuesta de cambios y la toma de decisiones.

## Contexto y participantes

El estudio se realizó en la Escuela Secundaria Básica “Fe del Valle” de Santa Clara, Villa Clara, Cuba. Se trabajó con una muestra de 32 alumnos de noveno grado (entre 13 y 15 años). El rendimiento académico en matemáticas de estos alumnos se constató a partir del promedio de calificaciones en grados anteriores registradas en el expediente acumulativo del escolar. Se detectaron 5 estudiantes de rendimiento alto, 20 de rendimiento medio y 7 de rendimiento bajo.

Para indagar sobre las actitudes hacia el estudio de las matemáticas se aplicó una encuesta cuyos resultados arrojaron que 15 estudiantes prefieren ciencias sociales y humanidades, 9 se inclinan por la educación física y el deporte, 6 eligen las matemáticas y 2 seleccionan las ciencias naturales. Se indagó también, acerca de la preferencia por la contextualización de los contenidos, resultando 30 estudiantes a favor y solo dos marcaron que les era indiferente.

## Metodología

El proyecto se consideró como una “metodología de aprendizaje activo que cumple el requisito de ubicar de forma problematizada el aprendizaje en un contexto” (Domènech-Casal, 2018, p. 195).

El proyecto se ideó según las categorías identificadas por Flores y Pinto (2017): duración del proyecto, formación de equipos, integración del equipo, elección del tema, pregunta de investigación, recolección de datos, resumen y análisis de datos, conclusiones, presentación de resultados y evaluación final.

En estas se pueden identificar categorías de dos tipos: propiamente organizativas, tal y como las plantean Flores y Pinto (2017), y otras de funcionamiento. Se identificaron como organizativas, las primeras cuatro. Las de funcionamiento se idearon a partir de las restantes declaradas por Flores y Pinto (2017) y las propuestas por Markham et al. (2003).

En cuanto a las organizativas, la duración se planeó para un mes según el fondo de tiempo del subtema de Estadística, 16 horas clases de 45 minutos cada una, con cuatro horas semanales (Domínguez y Acosta, 2016). Se conformaron cuatro equipos de ocho miembros, integrados por afinidad, con la intención de beneficiar las relaciones entre los estudiantes. Para la elección del tema, a cargo del docente, se siguieron los criterios de Markham et al. (2003) y se concretó en el consumo de electricidad en el contexto doméstico.

Las categorías de funcionamiento se estructuraron como sigue:

1. Fase 1: Pregunta de investigación
  - a. Confección de la pregunta de investigación general.
  - b. Presentación de la pregunta de investigación general.
  - c. Contextualización de la pregunta de investigación general para cada equipo.

2. Fase 2: Ejecución del proyecto
  - a. Planeación de los resultados.
  - b. Asignación de tareas.
  - c. Ejecución de las tareas.
3. Fase 3: Presentación y evaluación de los resultados finales.
  - a. Exposición de resultados.
  - b. Evaluación.

La pregunta de investigación general, formulada por el docente, quedó del siguiente modo: ¿Qué medidas de ahorro propondrías a partir del análisis estadístico del comportamiento del consumo de electricidad en tu hogar? Esta se presentó en la primera clase del subtema.

Dado el carácter abierto de este enunciado, cada equipo abordaría la pregunta de investigación general en un contexto específico y con entidades abstractas determinadas por sus integrantes. Es decir, cada equipo elegiría el contexto específico, las variables a investigar, los datos a recolectar, así como el modo de procesarlos, presentarlos y proponer soluciones.

En correspondencia con esto, cada equipo se planteó un proyecto particular a partir de interrogantes tales como: “¿Cuál es mi problema?, ¿Necesito datos?, ¿Cuáles?, ¿Cómo puedo obtenerlos?, ¿Qué significa este resultado en la práctica?” (Graham, 1987, como se citó en Batanero y Díaz, 2004, p. 9).

La planeación de los resultados, por los miembros del equipo, se haría a partir de sus iniciativas y preferencias. La asignación de tareas individuales o en grupos más reducidos, garantizaría la obtención de resultados intermedios y su integración en el resultado final.

La recolección de datos la realizarían los estudiantes en cualquiera de las modalidades: “en tiempo real o a partir de bases de datos” (Flores y Pinto, 2017, p. 267) (podían usarse como base de datos los avisos de consumo de electricidad por meses). En todos los casos los estudiantes elaborarían los instrumentos de recogida de datos y realizarían el procesamiento de la información aplicando la estadística descriptiva, hasta elaborar las conclusiones.

La exposición de los resultados y la evaluación se realizarían de forma simultánea para lo cual se daría un espacio a cada equipo en las últimas dos clases del subtema.

En la tabla 1 se presentan las contribuciones al aprendizaje (desde el contexto y desde las entidades abstractas) que se esperaban lograr con el proyecto, se incluye, además, la información sobre quién protagoniza cada una de las subfases, así como la forma de organización de la docencia en *que estas tienen lugar*.

**Tabla 1**  
Diseño del funcionamiento del proyecto.

Fases y subfases	Responsable y Forma de organización de la docencia	Aportaciones al aprendizaje desde el contexto	Aportaciones al aprendizaje desde las entidades abstractas
<b>Fase 1: Pregunta de investigación general</b>			
Confección de la pregunta de investigación general.	Lo hace el profesor (antes de comenzar el tema).	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planteamiento de un problema referido al comportamiento del consumo de electricidad doméstico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Necesidad del uso de las herramientas de la estadística descriptiva para resolverlo.</li> </ul>
Presentación de la pregunta de investigación general.	Clases 1.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconozco el comportamiento estadístico del consumo sistemático de electricidad en el hogar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifico la presencia de variables estadísticas.</li> </ul>
Contextualización de la pregunta de investigación general para cada equipo.	Lo hace cada equipo en tiempo extraclase antes de la clase 2.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elijo un contexto específico para realizar el proyecto.</li> <li>• Elaboro una pregunta de investigación para mi equipo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifico conceptos de población, muestra y variables cualitativas y cuantitativas discretas.</li> </ul>
<b>Fase 2: Ejecución del proyecto</b>			
Planeación de los resultados.	Lo hace cada equipo en tiempo extraclase antes de la clase 3.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elijo la fuente de los datos.</li> <li>• Le doy significación a las variables en el contexto.</li> <li>• Determino qué resultados voy a presentar.</li> <li>• Propongo formas creativas de presentar los resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determino qué variables voy a estudiar.</li> <li>• Identifico conceptos y propiedades estadísticas.</li> <li>• Identifico las características de las variables a trabajar.</li> </ul>
Asignación de tareas.	Lo hace cada equipo de forma extraclase antes de la clase 4.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trazo un plan para estudiar el contexto elegido.</li> <li>• Asumo tareas para estudiar el contexto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Incluyo en el plan el uso de los conceptos y técnicas estadísticas.</li> <li>• Elaboro instrumentos de recopilación de datos.</li> <li>• Propongo técnicas estadísticas para procesar los datos.</li> </ul>
Ejecución de tareas.	Lo hace cada equipo de forma extraclase hasta la clase 14.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ejecuto el plan trazado para estudiar el contexto.</li> <li>• Me ubico en el contexto y formo parte de él para interpretar los resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplico la estadística para resolver el problema planteado.</li> </ul>
<b>Fase 3: Presentación y evaluación de los resultados finales</b>			
Exposición de resultados.	Clases 15 y 16	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expongo los resultados del estudio en el contexto.</li> <li>• Expreso mi posición con respecto a los resultados del estudio, considerando su incidencia en el contexto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fundamento los resultados presentados usando argumentos estadísticos.</li> </ul>
Evaluación.	Clases 15 y 16	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Valoro la calidad de los resultados presentados por mis compañeros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Valoro el rigor de los conceptos y técnicas estadísticas empleadas por mis compañeros.</li> </ul>

Paralelamente al desarrollo del proyecto se abordaron los contenidos de estadística descriptiva en clases, con aplicaciones en diversos contextos. Se ofrecieron consultas extraclases para controlar el desempeño de los equipos, aclarar dudas y explicar contenidos adicionales como: lectura de un metrocontador de consumo de electricidad, análisis de un aviso de consumo eléctrico, etc. El contenido de la tabla 1 se compartió con el alumnado a fin de lograr su comprensión sobre las etapas del proyecto y los aprendizajes a lograr.

La evaluación se realizó a partir del estudio de la “idoneidad epistémica” (Godino et al., 2006, p. 77) que “se define como la adecuación de los contenidos matemáticos en un proceso de enseñanza respecto a un contenido de referencia, fijado en las directrices curriculares y por el significado del tema dentro de la matemática” (Batanero et al., 2018, p. 328). Los descriptores usados se adaptaron a partir de los presentados por Batanero et al. (2018) y Alvarado et al. (2018) tomando, además, los estándares curriculares para el noveno grado (Tabla 2).

**Tabla 2**  
Descriptores de la idoneidad epistémica para la estadística descriptiva en Educación Secundaria

Descriptores de la idoneidad epistémica para estadística descriptiva en Educación Secundaria	
Situaciones-problemas	P1 Elaboración de una pregunta de investigación para el equipo en un contexto que incluye al alumno y referido al comportamiento del consumo de electricidad.
Lenguaje estadístico	L1 Uso del lenguaje verbal y simbólico propio de la estadística descriptiva.
	L2 Construcción, lectura e interpretación de gráficos estadísticos.
Definiciones, propiedades y procedimientos	D1 Uso correcto de las definiciones y propiedades de la estadística descriptiva.
	D2 Uso de los procedimientos fundamentales de la estadística descriptiva.
	D3 Contextualización de definiciones, propiedades y procedimientos.
Argumentos	A1 Correspondencia de las explicaciones, comprobaciones y demostraciones estadísticas con el contexto.
	A2 Suficiencia de argumentos estadísticos para respaldar su posición sobre los resultados del estudio, considerando su incidencia en el contexto.
Relaciones	R1 Relación entre las entidades abstractas (las ecuaciones, reglas o leyes...).
	R2 Significación de las entidades abstractas (las ecuaciones, reglas o leyes...) en el contexto.

Fuente: adaptado de Batanero et al. (2018) y de Alvarado et al. (2018).

Los niveles de observación para evaluar los descriptores fueron los presentados por Alvarado et al. (2018) (Tabla 3).

**Tabla 3**

Niveles para evaluar los descriptores de estadística descriptiva.

Nivel 0 (No)	No se observa el descriptor en el proyecto. Se deja la respuesta en blanco, no se aplica en el análisis del proyecto.
Nivel 1 (N1)	Nivel elemental. El estudiante copia literalmente el descriptor sin indicar cómo lo aplica. Reconoce su presencia pero no especifica en qué modo se emplea dicho descriptor.
Nivel 2 (N2)	Nivel intermedio. Aplica y hace referencia al descriptor pero sin centrarse en el contenido estadístico.
Nivel 3 (N3)	Nivel avanzado. Aplica el descriptor a contenidos estadístico, referenciando diversos tipos de lenguaje estadístico y capacidad de análisis de información.

## Discusión y resultados

Se realizó un total de cuatro proyectos, uno por equipo. Las evaluaciones individuales se realizaron atendiendo al desempeño de cada estudiante según los descriptores de idoneidad epistémica (Tabla 2) y sus niveles (Tabla 3). A continuación, se discuten los resultados ilustrando con ejemplos. En ellos se señala el nivel alcanzado por el alumno en el descriptor ejemplificado.

Situaciones-problemas: se observó la motivación e interés de los estudiantes por elaborar preguntas de investigación. Se discutieron varias propuestas en todos los equipos que finalmente quedaron como sigue: equipo 1: ¿Qué medidas puedo sugerirle a mi abuela, que vive sola, para que reduzca el consumo diario de electricidad?, equipo 2: ¿Qué medidas pueden ayudar a ahorrar electricidad en mi hogar en el horario pico?, equipo 3: ¿Qué se puede hacer para ahorrar electricidad en nuestras casas en los meses de mayor de consumo?, equipo 4: ¿Cómo ahorrar electricidad en mi hogar durante un mes?

**Tabla 4**

Frecuencia del nivel de aplicación del descriptor situaciones-problema por estudiante y por equipo (se incluyen porcentos)

	Situaciones-problemas (P1)		
	N(1)	N(2)	N(3)
Equipo 1	3	4	1
Equipo 2	2	2	4
Equipo 3	1	6	1
Equipo 4	2	3	3
Total	8 (25%)	15 (46,9%)	9 (28,1%)

Los estudiantes evaluados en el nivel elemental (25%) mostraron poca implicación y les resultó difícil plantearse preguntas particulares e investigables desde la estadística.

Ejemplo tomado del diálogo de la primera consulta con el equipo 3: Est. 21 (N1): Podemos investigar en cualquier casa para ver cómo se gasta la corriente. Profesor: ¿Qué pregunta plantearías? Est. 19 (N1): Bueno, ¿Qué cantidad de corriente se gasta? Profesor: No estás teniendo en cuenta en qué tiempo se gasta. Est. 21 (N1): Puede ser en un mes cuando venga el cobrador de la corriente. Profesor: Pero eso te aporta solo un dato. Est. 19 (N1): Bueno, no sé, le pregunto a mi mamá por otros meses.

Los evaluados en el nivel intermedio (49,6%) hicieron más aportes a la formulación de la pregunta al proponer el uso de avisos de consumo de electricidad o leer directamente el metrocontador, incluso ubicaron el contexto, pero no lograron traducirlo en un enunciado. Los calificados en el nivel avanzado (28,1%) fueron creativos y propusieron enunciados novedosos.

Ejemplo tomado del diálogo de la primera consulta con el equipo 1: Est. 4 (N<sub>3</sub>): Propongo hacer el estudio en la casa de mi abuela, ella vive sola y se pondrá muy contenta, a ella le gustan las investigaciones, fue maestra. Est. 1 (N<sub>1</sub>): Pero en la pregunta dice en nuestro hogar, tú no vives con tu abuela. Est. 4 (N<sub>3</sub>): No importa, así hacemos un estudio diferente, en una casa dónde vive una sola persona. Est. 2 (N<sub>2</sub>): Tendremos que leer su contador todos los días.

Lenguaje estadístico: la valoración de los descriptores mostró peores resultados en L<sub>2</sub>. Dentro de este descriptor las dificultades se observaron, sobretodo, en la lectura e interpretación de gráficos (Tabla 5).

**Tabla 5**

Frecuencia del nivel de aplicación del descriptor lenguaje estadístico por estudiante y por equipo (se incluyen porcentos)

	Uso de lenguaje verbal y simbólico (L <sub>1</sub> )			Construcción, lectura e interpretación de gráficos (L <sub>2</sub> )		
	N(1)	N(2)	N(3)	N(1)	N(2)	N(3)
Equipo 1	1	5	2	3	4	1
Equipo 2	1	3	4	3	1	4
Equipo 3	1	4	3	2	4	2
Equipo 4	1	2	5	2	3	3
Total	4 (12,5%)	14 (43,8%)	14 (43,8%)	10 (31,3%)	12 (37,5%)	10 (31,3%)

Se usaron diversas tablas y gráficos para ilustrar los resultados. Al principio los estudiantes cometían errores en las representaciones. Los gráficos más usados fueron los de barras.

Definiciones, propiedades y procedimientos: en todos los casos se usaron datos reales (equipos 1 y 2: mediciones directas al metrocontador de consumo de electricidad, equipos 3 y 4: extraídos de aviso de consumo de electricidad). El descriptor con mejores resultados fue D<sub>3</sub> que se refiere a la contextualización y el más afectado fue el D<sub>2</sub> referido al uso de los procedimientos (Tabla 6). Algunos estudiantes manifestaron que los procedimientos les resultaban difíciles y largos, sobre todo la determinación de las clases. En particular cometían errores en el cálculo de la media aritmética para datos agrupados.

**Tabla 6**

Frecuencia del nivel de aplicación del descriptor definiciones, propiedades y procedimientos individual y por equipo (se incluyen porcentos)

	Uso de definiciones y propiedades (D <sub>1</sub> )			Uso de procedimientos estadísticos (D <sub>2</sub> )			Contextualización de definiciones, propiedades y procedimientos (D <sub>3</sub> )		
	N(1)	N(2)	N(3)	N(1)	N(2)	N(3)	N(1)	N(2)	N(3)
Equipo 1	3	4	1	1	6	1	3	2	3
Equipo 2	2	2	4	3	1	4	1	2	5
Equipo 3	1	6	1	2	5	1	0	4	4
Equipo 4	2	1	5	2	3	3	1	1	6
Total	8 (25%)	13 (40,6%)	11 (34,4%)	8 (25%)	15 (46,9%)	9 (28,1%)	5 (15,6%)	9 (28,1%)	18 (56,3%)

Aunque el concepto de dispersión no se incluye de modo explícito en el currículo, se evidenció que los estudiantes tenían idea de este concepto como se ilustra en el siguiente diálogo.

Est. 12 (N<sub>2</sub>): Tenemos que cambiar de pregunta, estos datos no son estadísticos, todos dan el mismo valor. Profesor: ¿Ustedes creen que todos los días, en ese horario, se gasten exactamente 2kWh? Est. 11 (N<sub>3</sub>): Claro que no, pero parece que es poquita la diferencia. Profesor: ¿Y cómo pueden hacer notar la diferencia? Est. 16 (N<sub>3</sub>): Yo creo que podemos hacer la lectura hasta el último número, el rojo que no se cuenta. Est. 12 (N<sub>2</sub>): Bueno, pero va a dar una diferencia muy chiquita. Est. 16 (N<sub>3</sub>): No importa que sea chiquita, probemos, si hay diferencia, entonces se puede usar la estadística (tomado del diálogo de la segunda consulta con el equipo 2).

Argumentos: tanto en el proceso como en la exposición de los resultados los alumnos emitieron diversos argumentos que se correspondían con el contexto abordado por su equipo. Se evidenció su sensibilización con la problemática abordada y la toma de posición a favor del ahorro de electricidad. Las mayores dificultades se apreciaron en que, aun cuando se ofrecía gran cantidad de argumentos relacionados con la temática del ahorro de electricidad, eran menos los sustentos desde el punto de vista estadístico, razón que llevó a otorgar la mayoría de las evaluaciones en ambos descriptores A1 y A2 en el nivel intermedio (N<sub>2</sub>) (Tabla 7).

**Tabla 7**

Frecuencia del nivel de aplicación del descriptor argumentos individual y por equipo (se incluyen porcentajes)

	Correspondencia de las explicaciones, comprobaciones y demostraciones estadísticas con el contexto (A1)			Suficiencia de argumentos estadísticos para respaldar su posición considerando su incidencia en el contexto (A2)		
	N(1)	N(2)	N(3)	N(1)	N(2)	N(3)
Equipo 1	2	4	2	1	5	2
Equipo 2	3	1	4	0	5	3
Equipo 3	1	4	3	1	4	3
Equipo 4	0	3	5	0	7	1
Total	6 (18,7%)	12 (37,5%)	14 (43,7%)	2 (6,25%)	21 (65,6%)	9 (28,1%)

Relaciones: En cuanto a las relaciones entre las entidades abstractas y su significado en el contexto, la mayoría de las calificaciones se otorgaron en el nivel intermedio, puesto que se observaron dificultades en la capacidad de análisis de la información desde los diversos contenidos estadísticos y su interpretación en el contexto de forma íntegra (Tabla 8).

**Tabla 8**

Frecuencia del nivel de aplicación del descriptor relaciones por estudiante y por equipo (se incluyen porcentajes)

	Relación entre las entidades abstractas (R1)			Significado de las entidades abstractas en el contexto (R2)		
	N(1)	N(2)	N(3)	N(1)	N(2)	N(3)
Equipo 1	3	4	1	1	6	1
Equipo 2	3	2	3	0	5	3
Equipo 3	1	7	0	1	3	4
Equipo 4	0	3	5	0	4	4
Total	7 (21,9%)	16 (50%)	9 (28,1%)	2 (6,3%)	18 (56,3%)	12 (37,5%)

En sentido general, las calificaciones más frecuentes se obtuvieron para el nivel intermedio, excepto para los descriptores D3 y A1 en los que la mayoría de las calificaciones se ubicaron en el nivel avanzado. En el descriptor L1 los niveles intermedio y máximo se alcanzaron con igual frecuencia. En todos los casos el nivel elemental fue el menos representado, aunque en todos los casos se ubicaron estudiantes en dicho nivel, a diferencia del nivel cero, que no estuvo representado por ningún estudiante en ningún descriptor.

## Conclusiones

La ejecución del proyecto utilizando la organización y el diseño del funcionamiento asumidos en la investigación, demostró ser una vía válida para contextualizar el aprendizaje de la estadística descriptiva.

La temática relacionada con el consumo de electricidad doméstica estimuló en los estudiantes actitudes en pos del ahorro de electricidad en el hogar y su interpretación desde los contenidos estadísticos, expresados en la riqueza de las discusiones que se suscitaron en el interior de los equipos y en la exposición de los resultados.

Se constató que, al principio, solo los alumnos más aventajados eran los que planteaban dudas en las consultas, pero, en la medida que el proyecto avanzaba, los demás también comenzaron a plantear sus dudas, cada vez más claras y con propuestas más elaboradas. Al finalizar todos los alumnos estaban muy integrados y comprometidos con el proyecto.

A pesar de que los resultados obtenidos denotan todavía deficiencias en algunos estudiantes expresados en el nivel en que se ubicaron como resultado de la evaluación, el desempeño de los estudiantes, en sentido general, se puede evaluar de satisfactorio.

## Referencias bibliográficas

- Acosta, S., Domínguez, O. y Gort, M. (2019). *Programa de Matemática séptimo grado*. Pueblo y Educación.
- Alpízar, M. (2007). Herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 2(3), 99-118. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6893>
- Alvarado, H. A., Galindo, M. K. y Retamal, M. L., (2018). Evaluación del aprendizaje de la estadística orientada a proyectos en estudiantes de ingeniería. *Educación Matemática*, 30(3), 151-183. <https://doi.org/10.24844/EM3003.07>
- Álvarez, M., Almeida, B. y Villegas, E. (2014). *El proceso de enseñanza de la Matemática. Documentos metodológicos*. Pueblo y Educación.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. M., (2011). Las Tablas y Gráficos Estadísticos como Objetos Culturales. *Números Revista de Didáctica de las Matemáticas*. 76, 55-67. [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/76/Articulos\\_02.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/76/Articulos_02.pdf)
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J. M. (2011). La Enseñanza de la Estadística a través de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 24(40), 789-810. <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/download/5294/4171/0>
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2-13. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/BLAIX.pdf>
- Batanero, C. (2002). *Los retos de la cultura estadística* [Conferencia inaugural]. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires, Argentina. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/CULTURA.pdf>
- Batanero, C. (2009). *Retos para la formación estadística de los profesores* [Ponencia]. II Encontro de Probabilidade e Estatística na Scola, Universidade do Minho, Braga, Portugal. [www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Formprofesores.pdf](http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Formprofesores.pdf)
- Batanero, C., Arteaga, P. y Contreras, J. M. (2011). El currículo de estadística en la enseñanza obligatoria. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 2(2), 1-17. <http://www.ugr.es/~jmcontreras/pages/Investigacion/articulos/2011EmTEia.pdf>
- Batanero, C., Arteaga, P. y Gea, M. M. (2012). El currículo de Estadística: Reflexiones desde una perspectiva internacional. *Uno*, 59, 9-17. [https://www.researchgate.net/publication/275097990\\_El\\_curriculo\\_de\\_estadistica\\_Reflexiones\\_desde\\_una\\_perspectiva\\_internacional](https://www.researchgate.net/publication/275097990_El_curriculo_de_estadistica_Reflexiones_desde_una_perspectiva_internacional)
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El Papel de los Proyectos en la Enseñanza y Aprendizaje de la Estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos Didácticos de las Matemáticas* 9 (pp. 125-164). Zaragoza: ICE. <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/ICE.pdf>
- Batanero, C., Gea, M. M., Arteaga, P., Contreras, J. M. y Díaz, C. (2018). Conocimiento del contenido sobre correlación y regresión de futuros profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 21(3), 325-348. <https://doi.org/10.12802/relime.18.2134>
- Carrió, M. y Costa, M. (2017). ¡Ha desaparecido un ratón! ¿Nos ayudáis a buscar al culpable? Análisis del impacto didáctico y emocional de un encargo ficticio. *Enseñanza de las Ciencias*, 35(3), 151-173. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2226>
- Crujeiras, B. y Jiménez, M. P. (2015). Desafíos planteados por las actividades abiertas de indagación en el laboratorio: articulación de conocimientos teóricos y prácticos en las prácticas científicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), 63-84. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1469>
- del Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo*, 49(1), 53-64. <http://pensamientoeducativo.uc.cl/index.php/pel/article/view/483/1083>

- Domènech-Casal (2018). Concepciones del alumnado de secundaria sobre energía. Una experiencia de aprendizaje basado en proyectos con globos aerostáticos. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(2), 191-213. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2462>
- Domínguez, O. y Acosta, S. (2016). *Programa de matemática octavo grado*. Pueblo y Educación.
- Estepa, A. y del Pino, J. (2013). Elementos de interés en la investigación didáctica y enseñanza de la dispersión estadística. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, 43-63. [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/83/Monografico\\_04.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/83/Monografico_04.pdf)
- Estrada, M. A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. <https://www.tesisenred.net/bitstream/handle/10803/4697/maer1de3.pdf>
- Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En: A. Salcedo (Comp.). *Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI*, (pp. 173-194). Caracas: Centro de Investigaciones Educativas. Escuela de Educación, Universidad Central de Venezuela. [https://www.researchgate.net/publication/316524028\\_Enseñar\\_estadística\\_para\\_alfabetizar\\_estadísticamente\\_y\\_desarrollar\\_el\\_razonamiento\\_estadístico/link/5902048eaca2725bd7221808/download](https://www.researchgate.net/publication/316524028_Enseñar_estadística_para_alfabetizar_estadísticamente_y_desarrollar_el_razonamiento_estadístico/link/5902048eaca2725bd7221808/download)
- Ezquerro, A., Mafokozi, J., Campillejo, A. G., Beneitez, A. E. y Morcillo, J. G. (2019). Tendencias de las investigaciones sobre la ciencia presente en la sociedad: una revisión sistemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 37(3), 31-47. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2727>
- Flores, A., y Pinto, J. (2017). Características de la enseñanza de la estadística por proyectos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 30, 263-271. <http://funes.uniandes.edu.co/12148/>
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26(1), 39-88. <https://revue-rdm.com/2006/analysis-de-procesos-de/>
- Gómez, C., Solaz, J. J. y Sanjosé, V. (2013). Efectos de la similitud superficial y estructural sobre la transferencia a partir de análogos en problemas de alta y baja familiaridad: primeros resultados. *Enseñanza de las Ciencias*, 31(1), 135-151. <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v31n1.782>
- Markham, T., Larmer, J. y Ravitz, J. (2003). *Project based learning*. Wilsted & Taylor.
- Rivas, H., Godino, J. D. y Arteaga, P. (2018). Desarrollo de conocimientos estadísticos en futuros profesores de educación primaria a través de un proyecto de análisis de datos: posibilidades y limitaciones. *Educación Matemática*, 30(3), 83-100. <https://doi.org/10.24844/EM3003.04>
- Tobin, K. (2010). Reproducir y transformar la didáctica de las ciencias en un ambiente colaborativo. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(3), 301-314. <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v28n3.3>
- Zapata-Cardona, L. y González, D. (2017). Imágenes de los profesores sobre la estadística y su enseñanza. *Educación Matemática*, 29(1), 61-89. <https://doi.org/10.24844/em2901.03>



© Los autores. Este artículo es publicado por la *Horizonte de la Ciencia* de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú. Este es un artículo de acceso abierto, distribuido bajo los términos de la Licencia Atribución-No Comercial 4.0 Internacional. (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>), que permite el uso no comercial y distribución en cualquier medio, siempre que la obra original sea debidamente citada.