

Representación semiótica en el aprendizaje de conceptos básicos de la estructura algebraica de grupo

Simyutika likachikuyka alhibra utuninp tullunáhu
uma limaykuna yaáhanaáhu

Okantokotagetagani ogotagantsipage kara
ojitagetanaga paporokipage

Recepción: 31 julio 2020 Corregido: 16 septiembre 2020 Aprobación: 13 diciembre 2020

Domingo Lizana Chauca

Nacionalidad: Peruana / Filiación: Universidad Nacional de Huancavelica

Correo: domingo.lizana@unh.edu.pe / ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3486-3579>

Régulo Pastor Antezana Iparraguirre

Nacionalidad: Peruana / Universidad Nacional de Huancavelica

Correo: regulo.antezana@unh.edu.pe / ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2822-6186>

Resumen

El objetivo de la investigación fue determinar la influencia de la aplicación de la representación semiótica en el aprendizaje de conceptos matemáticos básicos de la estructura algebraica de grupo en estudiantes de educación superior. Aplicando el método experimental se obtuvo: en el pos-test, los estudiantes del grupo control se ubicaron en el dominio receptivo; pero el grupo experimental logró el dominio autónomo. Concluyendo que la aplicación de la representación semiótica influye positiva y significativamente en el aprendizaje de los conceptos básicos de la estructura de grupo de dichos estudiantes.

Palabras clave:

Semiótica, aprendizaje, estructuras algebraicas, teoremas matemáticos

Lisichiku limaykuna:

Simyutika, yaáhana, alhibrap tullunkuna, yupana tiyurimankuna

Nibarintsipage katingatsaro:

Okantokotagetanaka, ogotagantsipage, ogokoitagantsipagekë

Datos de los autores

Domingo Lizana Chauca es docente e investigador en educación, matemática, sistemas e informática. Licenciado en Matemática Informática por la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. Ingeniero en Sistemas e Informática por la Universidad de Ciencias de Ingeniería Continental de Huancayo.

Régulo Pastor Antezana Iparraguirre es docente e investigador en Matemática y Física. Doctor en Ciencias de la Educación por la Universidad Nacional de Huancavelica. Maestro en Investigación y Docencia Superior por la Universidad Nacional de Huancavelica.

Semiotic Representation in the Learning of Basic Concepts of the Algebraic Group Structure

Abstract

The objective of the research was to determine the influence of the application of semiotic representation in the learning of basic mathematical concepts of group algebraic structure in higher education students. Applying the experimental method it was obtained: in the post-test, the students of the control group were located in the receptive domain; but the experimental group achieved autonomous dominance. Concluding that the application of semiotic representation positively and significantly influences the learning of the basic concepts of the group structure of said students.

Keywords

semiotics, learning, algebraic structures, mathematical theorems

Representação semiótica na aprendizagem dos conceitos básicos da estrutura do grupo algébrica

Resumo

O objetivo da pesquisa foi determinar a influência da aplicação da representação semiótica na aprendizagem de conceitos matemáticos básicos da estrutura algébrica de grupo em estudantes do ensino superior. Aplicando o método experimental obteve-se: no pós-teste, os alunos do grupo controle localizaram-se no domínio receptivo; mas, o grupo experimental alcançou o domínio autônomo. Concluindo que a aplicação da representação semiótica influe positivamente e significativamente na aprendizagem dos conceitos básicos da estrutura de grupo dos referidos alunos.

Palavras-chave:

semiótica, aprendizagem, estruturas algébricas, teoremas matemáticos

Introducción

La investigación es proceso importante y eficaz para el desarrollo multifacético del hombre, y al mismo tiempo es una herramienta para conocer, reconocer, transformar y dominar la naturaleza, y poner al servicio a las múltiples necesidades de los seres humanos, por tanto, de la sociedad. Desde esta perspectiva, las líneas de investigación en el campo educativo, fundamentalmente en la didáctica de la matemática, se presentan con la finalidad de contribuir en el aprendizaje de los estudiantes con la guía y apoyo de los docentes. Una de ellas a la que se puede considerar, es la representación semiótica, propuesta por Raymond Duval.

La Teoría de la Representación Semiótica, desarrollada por el filósofo y psicólogo francés: Duval (2004, p. 35); afirma que "las representaciones son conscientes y externas, cuya evidencia se observa en puntos, trazos, caracteres, sonidos, figuras, esquemas, gráficos, expresión simbólica, expresiones lingüísticas, entre otros."

Con esta afirmación, Duval prioriza la importancia que desempeña las representaciones en el desarrollo de las matemáticas. Lo que motivó formular el siguiente problema: ¿cómo influye la Teoría de la Representación Semiótica en el aprendizaje de conceptos básicos de la estructura algebraico de grupo en los estudiantes de la carrera profesional de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Huancavelica?

Como antecedente de la aplicación de esta teoría, tenemos por ejemplo a Ospina (2012, p. 59) en su tesis titulada: *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto lineal*, concluye, que "antes de la aplicación de la mencionada teoría, los estudiantes mostraban dificultades en la conversión al registro algebraico desde otro registro que no sea el gráfico. Luego de la aplicación de las representaciones semióticas, permitió la articulación del lenguaje natural a la expresión matemática, ya que este acercamiento facilita los procesos de comprensión de los conceptos matemáticos". Asimismo, Núñez (2017, p. 46) afirma también "que la aplicación de las representaciones semióticas, influye positiva y significativamente en las competencias matemáticas de los estudiantes de la Institución Educativa Particular Educare, Chosica"; por lo que reporta, que existe diferencia entre las competencias matemáticas de los estudiantes antes y después de la aplicación de las representaciones. También, Chacón, A. (2017, p. 98) en su trabajo de investigación: *Función lineal: una aproximación por medio de los registros de representaciones semióticas con estudiantes de nivel secundario*, concluye: "si los estudiantes realizan, en primer lugar, la conversión del lenguaje natural a un registro numérico, la conversión al registro algebraico será mucho más fácil. De igual manera, si el estudiante presenta dificultades al transitar en el registro de lengua natural, tendrá problemas para realizar conversiones a los otros registros (numérico, algebraico y gráfico)"

Teoría semiótica

Cabe indicar que la teoría semiótica se encuentra dentro del sistema teórico llamada Enfoque Ontosemiótico, donde Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017) afirman que este sistema trata de integrar diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática, además se apoya en presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas, y adopta principios didácticos de tipo socio-constructivista e interaccionista para el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La Teoría de Registros de Representación Semiótica fue desarrollada, aproximadamente en 1995, por el filósofo y psicólogo francés; Raymond Duval. A partir de la década de ochenta, del siglo pasado, profundizó sus investigaciones, en el aprendizaje de la ciencia de la matemática, fundamentalmente en el estudio e importancia que desempeña las representaciones en las actividades matemáticas, dado que los objetos de estudio de esta ciencia no son tangibles. Por ello, Ospina (2012, p. 32) mencionando a Duval (2006) sostiene que: “la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación.”

Tocto (2017, p. 22) citando a Duval (2006), trata de diferenciar entre el objeto matemático y el concepto representación: “es esencial no confundir los objetos matemáticos con su representación, es decir, el objeto tiene que ser conocido en cada una de sus diversas representaciones”

Lo que implica, la presencia de dos tipos de representación: semiótica y mental, dado que, para ingresar al laberinto mundo de los objetos matemáticos, es mediante los distintos tipos de representación. Aunque muchos teóricos, afirman que las representaciones mentales y las semióticas como términos o conceptos son sinónimos, Duval (2004) presenta y argumenta considerándolos como dos conceptos, además reconoce que dichas representaciones son parte de los problemas fundamentales de la psicología.

Las representaciones semióticas, son representaciones donde el objeto es observado por el sujeto, por ello, son representaciones conscientes, pues presentan un carácter intencional, además tienen la función de tratamiento, por ello, Duval lo define así:

Las representaciones semióticas son a la vez representaciones conscientes y externas. En efecto permiten una ‘*mirada del objeto*’ a través de la *percepción* de estímulos (puntos, trazos, caracteres, sonidos...) que tienen el valor de ‘*significantes*’. Hay una gran variedad de representaciones semióticas posibles: figuras, esquemas, gráficos, expresiones simbólicas, expresiones lingüísticas, etc. (Duval, 2004, p. 35)

a, en nuestro pensamiento, pero como reflejo de la realidad objetiva. Al respecto, Duval (2004, p. 36) afirma lo siguiente: las representaciones mentales son aquellas que “permiten mirar el objeto en ausencia total del significante perceptible. Por lo general se igualan con las ‘*imágenes mentales*’ en tanto que entidades psicológicas que han tenido una relación con la percepción”, además sostiene, que no sólo se debe incluir los conceptos, las ideas, las nociones, “sino también las creencias y las fantasías, es decir, todas las proyecciones más difusas y más globales que reflejan los conocimientos, y los valores que un individuo comparte con el medio, con un grupo particular con sus propios deseos.” (p. 36)

Por tanto, las representaciones mentales se encuentran en interacción e interrelación constante con la realidad objetiva, con el objeto, con la materia existente, porque sin ella sería imposible una representación mental de los objetos o materia existente.

La relación entre las representaciones semióticas con las representaciones mentales, es verdaderamente un tanto compleja. Es decir, plantear que la relación es positiva o directa frente a la representación mental, no es verdadero, dado que:

La objetivación que corresponde a la formación de representaciones mentales nuevas, se acompaña de una producción de representaciones semióticas que con frecuencia insuficiente, inaceptable o incomprensible desde el punto de vista de la expresión. A la inversa,

la producción de representaciones semióticas puede ser satisfactoria desde el punto de vista de la expresión y no corresponde a una objetivación para el sujeto que la produce solo por imitación, y no las produce para una objetivación. (Duval, 2004, pp. 36-37)

Asimismo, Duval (2004, p.37) afirma, que no puede tener una relación directa entre estas representaciones, en razón a que las representaciones semióticas “presentan un grado de libertad, necesario a todo el tratamiento de la información, que las segundas.”

Godino, Wilhelmi, Blanco, Contreras y Giacomone, (2016) citando a Duval (2006) indica, la que más resalta en la Teoría de la Representaciones Semióticas, es por otros signos matemáticos; lo que importa no es la representación sino su transformación.

Duval (2004) define los registros como medios de expresiones y de representación caracterizados precisamente por su respectivo sistema semiótico. En consecuencia, propone tres actividades cognitivas fundamentales de una representación relacionadas a la semiótica; primero la formación de una representación identificable, luego el tratamiento, y culmina con la conversión. Estas actividades tienen la propiedad de transformarse en otras representaciones, que pueden conservarse en todo su contenido o parte de ella.

La formación de una representación identificable consta de todo un bloque de registros perceptibles e identificables como una representación de algún objeto en un determinado sistema. Como sostiene Caruajulca (2013, p. 20), es la primera actividad cognitiva, “la cual pueda ser identificada como una representación de un registro dado. Por ejemplo: El enunciado de una frase o la escritura de una fórmula matemática.”

El propósito fundamental de la primera actividad cognitiva, es evocar una representación real, un objeto real, o en todo caso, expresar una representación mental.

La formación de una representación semiótica es el recurso a un(os) signo(s) para actualizar la mirada de un objeto a para sustituir la visión de ese objeto. Excepto los casos de idiosincrasia, los signos utilizados pertenecen a un sistema semiótico ya constituido y ya utilizado por otros; la lengua materna, un código icónico de representación gráfica o artística, una lengua formal, etc. Los actos más elementales de formación son, según los registros, la designación nominal de objetos, la reproducción de su contorno percibido, la codificación de relaciones o de algunas propiedades de un movimiento. Naturalmente, estos actos elementales son interesantes solo en la medida en que las representaciones así formadas están, implícita o explícitamente articuladas de representaciones de orden superior: frase, imagen, esquema, tabla (...) Esta articulación en representaciones de orden superior depende de las posibilidades de estructuración propia a cada sistema semiótico. Por tanto, es importante que la formación de representaciones semióticas respete las reglas propias al sistema empleado no solo por razones de comunicabilidad, sino también para hacer posible la utilización de los medios de tratamiento que ofrece ese sistema semiótico empleado: así, más que de reglas de producción, preferimos hablar de reglas de conformidad. (Duval, 2004, p. 43)

Desde esta perspectiva, la formación de esta representación se hace más compleja que las reglas de conformidad, dado que ella permite la identificación de ciertos números de caracteres del contenido percibido, según las posibilidades de representación del registro.

El tratamiento de una representación semiótica, son transformaciones propias de cada uno de los registros, según las reglas de conformidad que le son propias de un sistema determinado, de tal manera que a partir de ellas se logre tras representaciones nuevas, con respecto a las representaciones que dieron comienzo.

Un tratamiento es la transformación de una representación (inicial) en otra representación (terminal), respecto a una cuestión, a un problema o a una necesidad, que proporcionan el criterio de interrupción en la serie de transformaciones efectuadas. Un tratamiento es una transformación de la representación interna a un registro de representación o a un sistema. (Duval, 2004, p. 44).

Es decir, en el tratamiento que plantea Raymond Duval, existe toda una secuencia de muchas transformaciones, las cuales son eminentemente internas a un determinado registro; por lo que no varía el sistema de signos, en donde se encuentra dicha representación. Por tanto, esta actividad, es una transformación de una representación en otra, pero corresponde al mismo sistema; además indica que es una transformación interna a un sistema. Por ejemplo, "se realiza un tratamiento cuando se tiene una ecuación y se hace una simplificación de la misma" (Caruajulca, 2013, p. 20)

La actividad cognitiva de conversión, como indica su nombre, convierte las representaciones producidas de un sistema de representación a otro sistema, pero conservando una parte o todo el contenido de la representación inicial.

La conversión es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de ese mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro. Las operaciones habitualmente designadas con los términos 'traducción', 'ilustración', 'transposición', 'interpretación', 'codificación', etc., son operaciones que hacen corresponder una representación dada en un registro con otra representación en otro registro. La conversión es pues una transformación externa relativa al registro de la representación de partida. (Duval, 2004, p. 46)

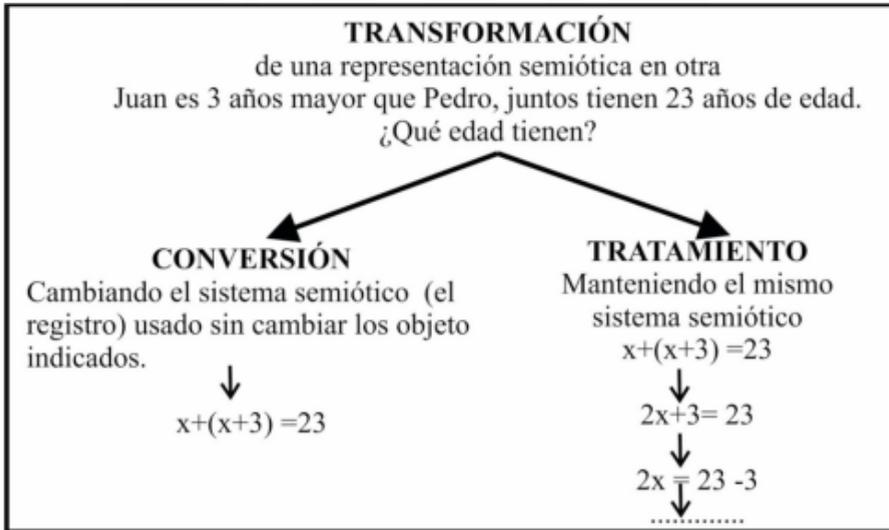
La conversión como representación semiótica es considerada muy importante, dado que es el resultado de la comprensión conceptual del objeto de la matemática trabajado inicialmente, y que al mismo tiempo contribuye en el desarrollo de la comprensión de las nociones de los conceptos matemáticos. Por ejemplo, se expresa en su lengua natural (escrito) una ecuación con una variable en el conjunto de los números enteros, la conversión será representado o enunciado en su forma algebraica, de hecho, algunas características o aspectos de lo expresado tendrán que perderse.

La conversión semiótica de objeto o ente matemático, no sólo se puede transformar del enunciado a su forma algebraica, sino puede ser, que parte del último para llegar al primero; del modo algebraico a la forma escrita (lengua natural); es decir, puede realizarse dicha transformación en forma viceversa. Por ejemplo, "se hace una conversión cuando al tener una ecuación construimos su gráfica." (Caruajulca, 2013, p. 20).

Al respecto, Duval (2004, pp. 46-47) propone el siguiente ejemplo, con la finalidad de diferenciar el tratamiento y conversión: "la significación operatoria no es la misma para 0,25, para $\frac{1}{4}$ y para $25 \cdot 10^{-2}$ puesto que no son los mismos procedimientos de tratamiento los que permiten efectuar las siguientes tres adiciones: $0,25 + 0,25 = 0,5$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$; y $25 \cdot 10^{-2} + 25 \cdot 10^{-2} = 50 \cdot 10^{-2}$."

Cada uno de estos tres significantes tienen una operatoria diferente, pero representa el mismo número. Asimismo, Duval (2004) presenta un ejemplo referido a una ecuación de primer grado con una incógnita:

Figura 1. Procesos cognitivos fundamentales del pensamiento



Fuente: Duval (2004, p. 146)

La importancia de las representaciones semióticas radica en su comunicación para la comprensión y desarrollo de las actividades matemáticas; dado que, cuando realizamos ciertos cálculos o demostraciones de propiedades y/o teoremas de algún concepto matemático, recurrimos a su determinada escritura o tratamiento.

Guzmán (1998) citando a Raymond Duval, plantea la necesidad de discriminar correctamente los registros de representación semióticas, para tener los resultados que se esperan lograr.

Duval sostiene que las representaciones semióticas son aquellas en las cuales la producción no puede hacerse sin la movilización de un sistema semiótico: así las representaciones semióticas pueden ser producciones discursivas (en lenguaje natural, en lenguaje formal) o no discursivas (figurar, gráficos, esquemas...). Esta producción no responde únicamente o necesariamente a una función de comunicación: puede responder también a una función de objetivación o a una función de tratamiento. (pp. 6-7)

Aprendizaje

Para comprender la matemática se requiere diferenciar entre el objeto matemático y sus representaciones. Los objetos matemáticos son considerados a los números, los cuadrados, los segmentos, las rectas, las funciones, expresiones algebraicas, factorización, productos notables, etc. y sus representaciones son la escrituras, decimal, entera, real o fraccionaria, representación gráfica, trazos de figuras, las sumas, restas, etc.). Por tanto, la distinción entre el objeto matemático con sus representaciones, ayuda la comprensión matemática.

Núñez (2017, pp. 53-54) siguiendo a Duval (2006), afirma que el aprendizaje de la matemática, es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender matemática conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión.

Asimismo, D'Amore (1997), citado por Núñez (2017, p. 54) afirmaba lo siguiente:

En la matemática encontramos distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que se tornan en lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, redes, diagramas de barra, diagramas de torta, etc. Cada una de las actividades anteriores constituye una forma semiótica diferente, entendiéndose por tal a la actividad de formación de representaciones realizadas por medio de signos. El dominio de las operaciones necesarias para cambiar la forma mediante la cual se representa un conocimiento es primordial, ya que se constituye en una operación cognitiva básica que está muy relacionada con los tratamientos de comprensión y con las dificultades del aprendizaje conceptual. Esto puede ser la causa de obstáculos que sólo la coordinación de varios registros semióticos ayuda a remontarlos, y en consecuencia el dominio de la habilidad para cambiar de registro de cualquier representación semiótica en el aprendizaje de la matemática se torna fundamental.

Método

El diseño de la investigación utilizado fue cuasi-experimental, porque son esquemas de investigación no aleatorios. La población objetivo fue de 350 estudiantes de la Facultad de Educación, la población accesible 112 estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática, y la muestra elegida fue 27, de los cuales 17 pertenecieron al grupo experimental y 10 al grupo control.

Para la recolección de datos utilizamos la prueba de desarrollo con ocho ítems, tanto en la prueba de entrada como salida. Dicho instrumento se validó, mediante la opinión de jueces, con la finalidad que los contenidos, conceptos y preguntas sean las cercanas, vinculadas al propósito de la investigación.

Asimismo, los resultados de la prueba de entrada y salida lo obtuvimos mediante la evaluación por rúbricas, propuesta de Tobón (2013):

Nivel preformal (cuando todavía la competencia no tiene forma, es decir, estructura); *nivel receptivo* (tiene nociones sobre la realidad y el ámbito de actuación en la competencia. Recepción información, su desempeño es muy operativo, y hay baja autoestima con lo que desarrolla); *nivel resolutivo o básico* (posee algunos conceptos básicos, resuelven problemas sencillos y requiere asistencia, asesoría); *nivel de autonomía* (muestra argumentación científica sólida y profunda; resuelve problemas de diversos contextos, actúa autónomamente o no requiere asesoría continua; y tiene y aprovecha los recursos que tiene); y *nivel estratégico* (muestra creatividad, innovación y estrategias de cambio en la realidad; analiza procesos para abordar problemas diversos, incidiendo en el estudio de sus causas y consecuencias)

Para la ubicación del estudiante en el nivel de dominio correspondiente, se determinó dividir en cinco escalas iguales, los cuales se encuentran en el sistema vigesimal: preformal de 0 a 4; receptivo de 5 a 8; resolutivo de 9 a 12; autónomo de 13 a 16; y estratégico de 17 a 20.

Resultados y discusión

A continuación, presentamos la descripción del aprendizaje de los conceptos matemáticos básicos de la estructura algebraica de grupo, antes de la aplicación de la representación semiótica.

Las calificaciones del pre-test se encuentran con calificativos entre 1 y 4; cuyo promedio fue 2,30; la mediana y moda tuvieron un valor de 2; desviación típica de 0,823; y una variación de 0,678. Lo que indica, que dichos estudiantes se encuentran en el dominio preformal; es decir, ellos no tienen nociones de reconocer, definir, redactar, aplicar, resolver y representar algunos conceptos matemáticos básicos de estructura de grupo. En cambio, los estudiantes del grupo experimental lograron puntuaciones entre 2 y 6; con una media igual a 3,94; cuya mediana y moda fueron 4; con desviación típica igual a 1,197; y el valor de la varianza fue 1,434. Por tanto, la mayoría de ellos, también se ubican en el dominio preformal.

Ahora describimos el aprendizaje de conceptos matemáticos básicos de la estructura algebraica de grupo, después de la aplicación de la representación semiótica.

Los estudiantes del grupo control, obtuvieron en el pos-test, calificaciones entre 5 y 11; con una media igual a 7,80; cuya mediana y la calificación frecuente de 8; el valor de desviación típica igual a 1,619; y variación de 2,622. El 80% de dichos estudiantes alcanzaron el nivel de dominio receptivo, el 20% el nivel resolutivo, ninguno se ubicó en los niveles de dominio preformal, autónomo ni estratégico; lo que significa, que la mayoría de ellos tuvieron nociones de reconocer, definir, redactar, aplicar, resolver y representar algunos conceptos matemáticos básicos de estructura de grupo. En cambio en el grupo experimental, lograron en el pos-test, calificativos entre 10 y 15; con una media igual a 13,65; con el valor de la mediana igual a 13 y la moda de 15; cuya desviación típica fue 1,539; y resultó una variación a 2,368; por tanto, el 11,77% de los estudiantes alcanzaron el nivel dominio resolutivo, el 88,23% el nivel de dominio autónomo, pero ninguno logró ubicarse en el nivel preformal, receptivo, resolutivo y estratégico; en consecuencia, la mayoría de los estudiantes, pertenecientes al grupo experimental, reconocen, definen, redactan, aplican teoremas y propiedades en la demostración, resuelven situaciones problemáticas, y representan correctamente conceptos matemáticos básicos de estructura de grupo.

Asimismo, se aplicó la prueba de Kolmogorov-Smirnov, donde tanto la prueba pre-test como el pos-test, presentan distribuciones normales de 0,353 y 0,137, respectivamente; los cuales son mayores a 0,05. Además, la diferencia de éstas, tiene distribución normal, dado que; 0,89 también es mayor a 0,05 ($0,89 > 0,05$).

Por tanto, aplicando la prueba la prueba paramétrica t de Student, determinamos que existe diferencia significativa entre los promedios del pre-test y pos-test, respecto a la aplicación la representación semiótica en el aprendizaje de los conceptos básicos de la estructura de grupo de dichos estudiantes.

Discusión

Después de la aplicación de la teoría de representación semiótica, los estudiantes de la carrera profesional de Matemática, Computación e Informática, pudieron ubicarse en el dominio autónomo; es decir, lograron reconocer, definir, redactar, aplicar teoremas y propiedades en la demostración, y resuelven situaciones problemáticas con representaciones correctamente elaboradas, sobre conceptos matemáticos básicos de estructura de grupo.

Duval (2006) afirma que no se trata de buscar la relación entre representaciones y el objeto implícito, sino su capacidad intrínseca para ser transformadas en otras representaciones semióticas, y la existencia de transformaciones de cualquier representación semiótica: la conversión y el tratamiento, los cuales son cognitivamente independientes, sin embargo, matemáticamente la primera depende de la segunda. Estos conceptos guardan cierta relación con los resultados de este trabajo, dado que para lograr ubicarse en el dominio autónomo, los estudiantes tuvieron que dedicarle cierto tiempo en convertir los conceptos matemáticos a un lenguaje matemático adecuado, de esta manera pudieron resolver cualquier situación problemática.

García (2011) resaltando el reconocimiento de los estudiantes de las invariantes de cada una de las representaciones semióticas, permite lograr los procesos de aprendizaje del objeto matemático, coincide con nuestros resultados de la investigación.

El lenguaje matemático utiliza herramientas de la semiótica, para comprender, ordenar y transformar su propio discurso (Garzón, 2015). Estos conceptos mencionados concuerdan con algunos aspectos de nuestros resultados, toda vez que, posiblemente el esfuerzo del estudiante por encontrar la resolución de alguna situación problemática o demostración axiomática, se vio forzado convertir dicha situación a un lenguaje natural, algebraico o gráfico.

Tocto (2015) indica que la mayoría de estudiantes logró transitar por los siguientes registros de representación semiótica: lengua natural, tabular, algebraico y gráfico; lo que permitió movilizar sus conocimientos previos referidos a elementos y propiedades de la función cuadrática en sus diferentes representaciones. Asimismo, constató que los tratamientos en el registro en lengua natural son fundamentales para que los estudiantes realicen la conversión a los registros de representación tabular, algebraico y gráfico. Sin embargo, al transitar por los distintos registros de representación de la función cuadrática (lengua natural, tabular, algebraico y gráfico), los estudiantes mostraron dificultades para explicar y justificar las nociones de dicha función en lenguaje natural. En tanto que nuestros resultados concuerdan con algunos conceptos y resultados de la investigación.

De la misma manera, Chacón (2017) concluye que los estudiantes eran capaces de relacionar el registro de representación en lengua natural con el registro de representación gráfico; asimismo, identificamos las conversiones que pueden realizar. En tanto que nuestros resultados indican que los estudiantes asumen el reto de mostrar evidencias de tratamiento en el proceso de desarrollo de las situaciones problemáticas presentadas.

Caruajulca (2013) en su investigación determinó que solo 2 de los 58 estudiantes lograron resolver parcialmente las actividades, los demás estudiantes mostraron serias dificultades al pasar del registro verbal al algebraico, a pesar de hacer su esfuerzo solo intentaron llegar hasta el modelo matemático a optimizar y para representar gráficamente a dicho modelo se inclinaron por la tabulación, demostrando carencia de estrategias para graficar funciones cuadráticas, pues el modelo matemático que se obtiene en esta actividad representa a una

función cuadrática. Sin embargo, nuestros resultados señalan que la mayoría de los estudiantes lograron un dominio autónomo en el desarrollo de las actividades; sin embargo, existen algunos estudiantes que mostraron ciertas limitaciones y debilidades en la conversión de un lenguaje algebraico a un lenguaje natural o matemático, y en el proceso de tratamiento.

Ospina (2012) afirma, que al momento de aplicar las representaciones semióticas favorecieron los procesos de articulación del lenguaje natural hacia el lenguaje matemático; además sostiene que, al convertir una función lineal a un gráfico, permite transitar a otros registros de representación. Coincidentemente, en nuestra investigación se logró que los estudiantes alcancen los aprendizajes esperados.

Núñez (2017) basado en sus estudios propios, encuentra que la aplicación de las representaciones semióticas influye significativamente en las competencias matemáticas de los estudiantes. Asimismo, Acuña y Castillo (2018) sostienen también, que la representación semiótica de Duval influye de manera significativa en el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas de cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Andrés Bello” de Castillapata- Huancavelica. Los aportes de estos dos autores concuerdan con los resultados de este trabajo de investigación, donde la aplicación de la representación semiótica influye de forma significativa en el aprendizaje en los conceptos básicos de la estructura algebraica de grupo.

Conclusiones

Se determinó que antes de la aplicación de la representación semiótica los estudiantes se encontraban en el dominio preformal, evidenciando no tener nociones de reconocer, definir, redactar, aplicar, resolver y representar algunos conceptos matemáticos básicos de estructura de grupo. Al aplicar la prueba en la etapa pre-test, los estudiantes tuvieron ciertas dificultades durante el desarrollo de dicha prueba, respecto a la conversión entre los registros: algebraico, gráfico, natural, etc., esto tiene que ver posiblemente con las limitaciones de conocimiento de las representaciones semióticas en este caso matemáticos.

La mayoría de los estudiantes lograron ubicarse en el dominio autónomo gracias a la aplicación de la representación semiótica; quienes fueron reconociendo, definiendo y redactando conceptos matemáticos; resolviendo situaciones problemáticas sobre conceptos matemáticos básicos de estructura de grupo, y aplicando sus teoremas y propiedades, con la ayuda de los registros de representación semiótica.

Por otro lado, se determinó la existencia de otro grupo de estudiantes que alcanzaron el dominio receptivo, reconociendo, definiendo, redactando, aplicando, resolviendo y representando algunos conceptos matemáticos básicos de estructura de grupo.

Tanto en la prueba de entrada como de salida los estudiantes mostraron algunas limitaciones en determinar estrategias para la conversión del lenguaje algebraico al lenguaje natural; y al mismo tiempo otra proporción de ellos, también se encontraron con limitaciones en el tratamiento, principalmente en la demostración de teoremas y propiedades de estructura de grupo.

Finalmente, la aplicación de la representación semiótica influyó positiva y significativamente en el aprendizaje en los conceptos básicos de la estructura algebraica de grupo.

Referencias bibliográficas

- Acuña, G. y Castillo, E. R. (2018). *Representación semiótica en el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en estudiantes del cuarto grado de institución Educativa "Andrés Bello" Castillapata, Huancavelica* (tesis de pregrado). Universidad Nacional de Huancavelica.
- Caruajulca, E. (2013). *Propuesta didáctica para superar las dificultades que presentan los estudiantes de ingenierías al articular las representaciones semióticas en la solución de problemas de optimización* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Chacón, A. F. (2017). *Función lineal: una aproximación por medio de los registros de representaciones semióticas con estudiantes de nivel secundario* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia: Grupo de Educación Matemática.
- Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*. La Gaceta de RSME, 9 (1), pp. 143-168.
- García, L. I. (2011). *Representaciones semióticas en el aprendizaje del teorema de Pitágoras*. (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Manizales. Colombia.
- Garzón, M. T. (2015). *Desarrollo y comprensión de la semiótica matemática a partir de la semiótica lingüística y el lenguaje común* (tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Colombia.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero y Font, V. (2017). *Enfoque ontosemiótico y competencias del profesor de matemáticas*. Bolema, Rio Claro (SP), 31 (57), pp. 90-113. Recuperado en <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n57/0103-636X-bolema-31-57-0090.pdf>,
- Godino, J. D., Wilhelmi, M. R., Blanco, T. F., Contreras, A. y Giacomone, B. (2016). *Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teórica: registros de presentación semiótica y configuración ontosemiótica*. AIEM, (10), pp. 99-110
- Guzmán, I. (1998). *Registros de representación, aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes*. Redime, 1 (1), pp. 5-11
- Núñez, E. (2017). *Representación semiótica como estrategia didáctica y competencias matemáticas en estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Privada Educare de Chosica, Lima 2017*. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Educación "Enrique Guzmán y Valle". Chosica.
- Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto lineal*. (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Manizales. Colombia.
- Tobón, S. (2013). *Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación*. Colombia: Ecoe.
- Tocto, E. (2015). *Comprensión de la noción función cuadrática por medio del tránsito de registros de representación semiótica en estudiantes de quinto año de secundaria*. (Tesis de Maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú.



© Los autores. Este artículo es publicado por la *Horizonte de la Ciencia* de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú. Este es un artículo de acceso abierto, distribuido bajo los términos de la Licencia Atribución-No Comercial 4.0 Internacional (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>), que permite el uso no comercial y distribución en cualquier medio, siempre que la obra original sea debidamente citada.