



Horizonte de la Ciencia
ISSN: 2413-936X
horizontedelaciencia@uncp.edu.pe
Universidad Nacional del Centro del Perú
Perú

Modelo Van Hiele y software Geogebra en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales

Antezana Iparraguirre, Régulo Pastor; Cayllahua Yarasca, Ubaldo; Yalli Huamán, Edgar; Rojas Quispe, Angel Epifanio

Modelo Van Hiele y software Geogebra en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales

Horizonte de la Ciencia, vol. 10, núm. 18, 2020

Universidad Nacional del Centro del Perú, Perú

DOI: <https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2020.18.406>

Los autores otorgan el permiso a compartir y usar su trabajo manteniendo la autoría del mismo.
Atribución no comercial (CC BY-NC) 4.0

Modelo Van Hiele y software Geogebra en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales

Van Hiele model and Geogebra software in student learning in areas and perimeters of polygonal regions

Modelo Van Hiele e software Geogebra na aprendizagem de estudantes em áreas e perímetros de regiões poligonais

Likanap Van Hiele Geogebra softwarwan yachapakukunap yachayninchu kayninkunap manyankunap achkakuchu suyukunachu

OSHIYABENTARI VAN HIELE Y SOFFWARE YOTAKOPEROTZIRORI OKARATSI ÑANATSINKARI
TSIKA OBEKARAYETARI OMONKARAYETA OKARAYETZIRI MABAKIRO APARONIPAYENI
TSITOK OBEKARAYETA

Kantacha igengane Van Hiere aike geogebra ikomanti iriro kara iranetsagetanëro mabakiropage aike ora kantiri okibenarontepage

Régulo Pastor Antezana Iparraguirre Datos de los autores
Universidad Nacional de Huancavelica, Perú
regulo.antezana@unh.edu.pe

 <http://orcid.org/0000-0003-2822-6186>

DOI: <https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2020.18.406>

Ubaldo Cayllahua Yarasca
Universidad Nacional de Huancavelica, Perú
Ubaldo.cayllahua@unh.edu.pe

 <http://orcid.org/0000-0002-9081-3181>

Recepción: 01 Julio 2018
Aprobación: 08 Junio 2019

Edgar Yalli Huamán
Universidad Nacional de Huancavelica, Perú
edgar.yalli@unh.edu.pe

 <http://orcid.org/0000-0002-3654-9623>

Ángel Epifanio Rojas Quispe
Universidad Nacional de Huancavelica, Perú
angel.rojas@unh.edu.pe

 <http://orcid.org/0000-0002-2090-7465>

Recepción: 01 Julio 2018
Aprobación: 08 Junio 2019

NOTAS DE AUTOR

Datos de los autores Régulo Pastor Antezana Iparraguirre. Investigador y docente en la especialidad de Matemática y Física. Doctor en Ciencias de la Educación por la Universidad Nacional de Huancavelica. Maestro en Investigación y Docencia Superior por la Universidad Nacional de Huancavelica.

Ubaldo Cayllahua Yarasca. Bachiller en Educación, Universidad Nacional del Centro del Perú. Magister en Docencia Superior e Investigación de la Educación, Universidad Los Ángeles de Chimbote.

Edgar Yalli Huamán. Licenciado en Educación especialidad Física – Matemática, estudios de maestría mención: Planeación Estratégica y Gestión en Ingeniería de Proyectos, Tec. Computación e Informática. Docente de la Universidad Nacional de Huancavelica.

Ángel Epifanio Rojas Quispe. Bachiller en educación secundaria, Universidad Nacional de Huancavelica. Maestro en Administración de la Educación, Universidad César Vallejo.

regulo.antezana@unh.edu.pe

RESUMEN:

Las primeras operaciones elementales eran tan importantes para cubrir también sus múltiples necesidades del hombre. Entonces la matemática representaba un instrumento para resolver dichos problemas. Actualmente la contribución en la enseñanza de la matemática, se vio reflejada en los aportes de dos profesores holandeses de matemática, Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, quienes sentaron las bases del modelo que lleva su nombre, trabajado en dos componentes. El primero es la descripción de los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes, desde el intuitivo hasta lo formal y abstracto, y el segundo, presenta cinco fases como propuesta en la enseñanza de la geometría, mediante las cuales los estudiantes puedan llegar el nivel de razonamiento superior. Entonces su influencia de la aplicación del Modelo de Van Hiele y con ayuda del software GeoGebra, en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales resultó positiva y significativamente en el aprendizaje de dichos temas.

PALABRAS CLAVE: Van Hiele, aprendizaje, regiones poligonales, Van Hiele, yachay, achka kuchu suyukuna, Van Hiele yotantantsi, okarayetzi mabakiro apaniropayeni, ikantini van hiele, ojigotantagaokara, timagerontsipagekë.

ABSTRACT:

The first elementary operations were so important to also cover their multiple needs of man. Then mathematics represented an instrument to solve these problems. Currently the contribution in the teaching of mathematics was reflected in the contributions of two Dutch mathematics teachers, Pierre Marie Van Hiele and Dina Van Hiele-Geldof, who laid the foundations of the model that bears his name, worked in two components. The first is the description of the different types of students' geometric reasoning, from the intuitive to the formal and abstract, and the second, presents five phases as a proposal in the teaching of geometry, through which students can reach the level of superior reasoning. Then its influence of the application of the Van Hiele Model and with the help of the Geogebra software, in the learning of students in areas and perimeters of polygonal regions was positively and significantly in the learning of these subjects.

KEYWORDS: Van Hiele, learning, polygonal regions.

RESUMO:

As primeiras operações elementares eram tão importantes para cobrir também às suas múltiplas necessidades do homem. Então, a matemática representava um instrumento para resolver ditos problemas. Atualmente, a contribuição no ensino de matemática se viu refletida na colaboração de dois professores holandeses de matemática, Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, que lançaram os fundamentos do modelo que leva seu nome, trabalhado em dois componentes. O primeiro é a descrição dos diferentes tipos de raciocínio geométrico dos estudantes, do intuitivo até o formal e abstrato, e o segundo apresenta cinco fases como proposta no ensino de geometria, através das quais os alunos podem atingir o nível de raciocínio superior. Então, sua influência na aplicação do Modelo Van Hiele e com a ajuda do software GeoGebra, na aprendizagem de estudantes em áreas e perímetros de regiões poligonais, resultou positiva e significativamente na aprendizagem desses temas.

PALAVRAS-CHAVE: Van Hiele, aprendizagem, regiões poligonais.

INTRODUCCIÓN

Las primeras operaciones elementales eran tan importantes para cubrir también sus múltiples necesidades del hombre, así la ciencia de la matemática la matemática representaba un instrumento para resolver dichos problemas. Había la necesidad de medir las tierras, la capacidad de los recipientes, lo que provocó el origen de otra de disciplina de la matemática, la geometría. Eran los dedos de la mano, con las cuales los hombres aprendieron a contar, para el cual, decía Engels (1968, p. 25)

No sólo hacían falta los objetos contables, sino también la capacidad de prescindir, al considerar esos objetos, de todas sus demás cualidades que no sean el número, y esta capacidad es resultado de una larga evolución histórica y de experiencia... Tenía que haber cosas que tuvieran figura y cuyas figuras fueran comparadas, antes de que se pudiera llegar al concepto de figura... Antes de que se llegara a la idea de derivar la forma de un cilindro de la revolución de un rectángulo alrededor de uno de sus lados ha habido que estudiar gran número de rectángulos y cilindros reales, aunque de forma muy imperfecta.

Al respecto, Vargas y Gamboa (2013), considera a la geometría como uno de los temas de la Matemática que tiene más importancia para la humanidad y su desarrollo. Esta importancia conlleva a reflexionar sobre

el nacimiento de la geometría y en cómo el ser humano, a través de la percepción de las formas, del espacio que lo rodea y la necesidad de crear y transformar el mundo en el que vive, ha buscado una manera de explicar aquello que percibe a través de los sentidos. La geometría es para el ser humano el idioma universal que le permite describir y construir su mundo, así como transmitir la percepción que tiene de este al resto de la humanidad. (p. 75)

Muchos estudiosos en la contribución a la enseñanza de la matemática, fundamentalmente en la geometría tuvieron presencia, así dos profesores holandeses de matemática, Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, sentaron las bases del modelo que lleva su nombre, trabajado en dos componentes. El primero es la descripción de los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que van desde el razonamiento intuitivo de los niños hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las licenciaturas de Matemáticas; el segundo es una descripción de cómo puede un profesor organizar la actividad en sus clases para que los estudiantes puedan alcanzar el nivel de razonamiento superior al que tengan (las cinco “fases de aprendizaje”); básicamente, estas cinco fases constituyen un esquema para organizar la enseñanza. (Guillén Soler, 2004, p. 105)

Esto motivó tener como objetivo del trabajo de investigación determinar la influencia de la aplicación del Modelo Van Hiele en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales regulares en la carrera profesional de Matemática – Computación e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Huancavelica, para el cual el presente se divide en cuatro grandes capítulos.

Sin embargo, a pesar de su importancia, la enseñanza de esta disciplina se ve afectada por una serie de problemas. Al respecto, citando a Báez e Iglesias (2007), Paredes, Iglesias y Ortiz (2007); afirman:

La mayoría de las instituciones educativas desarrollan la enseñanza de la geometría de una manera tradicional caracterizada, principalmente, por la clase magistral, por el trabajo en grupos y, sobre todo, por el uso del discurso del profesor como principal medio didáctico. Sea cual sea la modalidad educativa que se aplica, en la mayoría de los casos se tiene un factor en común: se brinda una enseñanza basada en el lápiz y papel, o de pizarra y tiza, que no ofrece, al estudiante, mayores posibilidades de desarrollo. (en Vargas y Gamboa, 2013, p. 76)

Además, se requiere que los docentes cumplan su rol protagónico donde el estudiante construya sus propios conocimientos con la ayuda y guía de él. Es decir, el docente de propiciar y descubrir sus capacidades, habilidades y destrezas de los estudiantes, pero no presentándolo la asignatura de geometría como que no exista nada que descubrir.

Razón tiene Hernández y Villalba (2001) al afirmar que, en los cursos de geometría, se presenta al estudiante un producto final y ya terminado, lo cual no da lugar a que él tome un papel activo en el desarrollo de su conocimiento matemático; además, no propicia el fomento de la creatividad y del aprendizaje significativo en el estudiante. Barrantes y Blanco (2004) indican que estudiantes ya graduados consideran que el estudio de la geometría a nivel escolar constituye el tema más difícil. (Citados por Vargas y Gamboa, 2013, p. 76)

ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Mora Gaviria y Valencia Ruiz (2012), concluyeron que las fases de aprendizaje basadas en los niveles de visualización y análisis de Van Hiele, influyeron de tal manera en este proyecto que se puede afirmar que permitió la identificación de los avances obtenidos por las estudiantes en cuanto a la construcción y caracterización del cubo.

Jaime (1993) en su tesis doctoral llega a la siguiente conclusión: El análisis de la evolución del razonamiento de estudiantes y el seguimiento del razonamiento de dos grupos de estudiantes durante varios, indican que los estudiantes mejoran en su nivel de razonamiento, pero que esta mejora es mucho menor de lo que sería

deseable, pues son pocos los estudiantes que han adquirido completamente el segundo nivel de Van Hiele y muchos menos los que muestran siquiera una adquisición baja del tercer nivel.

Zambrano M. (2005) concluye que el método de fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele en el marco de una posición epistemológica constructora permitió el logro de aprendizaje de conocimientos conceptuales y procedimentales en el área de la Geometría, específicamente en el contenido triángulos.

La española Ruiz López (2012) de la Universidad Autónoma de Madrid llega a las siguientes conclusiones: el entorno GeoGebra para la resolución de problemas geométricos, ha obtenido resultados estadísticamente significativos en la mejora de competencias didáctico-geométricas, a pesar de haber utilizado como instrumento de medida una prueba de lápiz y papel. Además, dichos estudiantes opinan que el uso del GeoGebra, es un buen recurso para la enseñanza de la geometría en primaria.

Iranzo y Fortuny (2009), concluyen que la mayoría de estudiantes utilizan herramientas algebraicas y de medida y consideran que GeoGebra les ayuda a visualizar el problema y a evitar obstáculos algebraicos. En general, los alumnos han tenido pocas dificultades con relación al uso del software y algunos obstáculos son obstáculos cognitivos ya existentes trasladados al software. También el uso de GeoGebra favorece múltiples representaciones de conceptos geométricos, ayuda a evitar obstáculos algebraicos permitiendo centrarse en los conceptos geométricos así como a resolver los problemas de otra forma. Sin embargo, la influencia de esta herramienta depende de los alumnos y de los problemas propuestos.

La colombiana Rodríguez Sánchez (2011) determina que la aplicación de la estrategia de enseñanza basada en el uso de GeoGebra, permitió la ejercitación, por parte de los estudiantes, de procedimientos y habilidades necesarias para un buen desempeño social y laboral, como los son el manejo de las herramientas básicas de un computador y la práctica de ejercicios que involucran comprensión de lectura.

Maguiña Rojas (2013) llegó a la conclusión: la propuesta didáctica permitió que los estudiantes lograrán un grado de adquisición alta en el nivel 1, un grado de adquisición intermedia en el nivel 2 y se encuentren desarrollando habilidades en el nivel 3, pasando de un nivel de adquisición nula a una adquisición baja. Además, el uso del GeoGebra facilitó la visualización y manipulación de las representaciones del objeto matemático cuadriláteros durante el desarrollo de las actividades.

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE

Se precisa que no existe unanimidad en cuanto a al número de niveles de Hiele, dado que unos presentan desde 0 a 4, y otros afirman del 1 al 5. Desde esa perspectiva, nosotros adoptamos la segunda propuesta, el mismo que lo defiende Jaime Pastor.

Según Burger, Shaughnessy (1986), Hoffer (1981) y Jaime, Gutiérrez (1990b), citados por Jaime (1993, pp. 6-8), presentan las características generales de los cinco niveles de razonamiento, que a continuación de detalla:

Nivel 1 (Reconocimiento)

§ Percepción global de las figuras: Se suelen incluir atributos irrelevantes en las descripciones, especialmente referidos a la posición en el plano.

§ Percepción individual de las figuras: Cada figura es considerada como un objeto, independiente de otras figuras de la misma clase. No se generalizan las características de una figura a otras de su misma clase.

§ Descripción de las figuras basada principalmente en su aspecto físico y posición en el espacio. Los reconocimientos, distinciones o clasificaciones se basan en semejanzas físicas globales.

§ Frecuentemente hay descripciones por semejanza con otros objetos, no necesariamente matemáticos: "Se parece a...", "tiene forma de...".

§ Uso de propiedades imprecisas para identificar, comparar, ordenar, caracterizar figuras, con frecuentes referencias a prototipos visuales.

§ Aprendizaje de un vocabulario básico para hablar de las figuras, escribirlas, etc.

§ No se suelen reconocer explícitamente las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas. Cuando sí se hace dicho reconocimiento, estos elementos o propiedades no tienen un papel central y, frecuentemente, reflejan contradicciones.

Nivel 2 (Análisis)

§ Reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y están dotadas de propiedades matemáticas. Se describen las partes que integran una figura y se enuncian sus propiedades. Se es capaz de analizar las propiedades matemáticas de las figuras.

§ Deducción de propiedades mediante experimentación. Capacidad de generalización de dichas propiedades a todas las figuras de la misma familia.

§ La definición de un concepto consiste en el recitado de una lista de propiedades, lo más exhaustiva posible, pero en la que puede haber omisiones de características necesarias. Así mismo, se rechazan las definiciones dadas por el profesor o el libro de texto en favor de la del estudiante cuando aquéllas entran en conflicto con la propia.

§ No se relacionan diferentes propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras. No se establecen clasificaciones a partir de las relaciones entre las propiedades. No se realizan clasificaciones inclusivas 1.

§ La demostración de una propiedad se realiza mediante su comprobación en uno o pocos casos.

Nivel 3 (Clasificación)

§ Sí se pueden relacionar propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras: Se comprende la existencia de relaciones y se descubren, de manera experimental, nuevas relaciones.

§ Comprensión de lo que es una definición matemática y sus requisitos. Se definen correctamente conceptos y tipos de figuras. También se hacen referencias explícitas a las definiciones cuando se realizan razonamientos o demostraciones.

§ Sí se pueden realizar clasificaciones inclusivas.

§ La demostración de una propiedad ya no se basa en la comprobación de casos, pues hay una necesidad de justificar de manera general la veracidad de dicha propiedad, para lo cual se usan razonamientos deductivos informales.

§ Comprensión y realización de implicaciones simples en un razonamiento formal.

§ Comprensión de una demostración realizada por el profesor. Capacidad para repetir tal demostración y adaptarla a otra situación análoga.

§ Incapacidad para llevar a cabo una demostración formal completa, en la que haya que encadenar varias implicaciones, pues no se logra una visión global de las demostraciones y no se comprende su estructura.

Nivel 4 (Deducción Formal)

§ Se pueden reformular enunciados de problemas o teoremas, trasladándolos a un lenguaje más preciso.

§ Realización de las demostraciones (de varios pasos) mediante razonamientos deductivos formales.

§ Capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales. Capacidad para adquirir una visión global de las demostraciones y para comprender la misión de cada implicación simple en el conjunto.

§ Capacidad para comprender la estructura axiomática de las matemáticas: Sentido de axiomas, definiciones, teoremas, términos no definidos.

§ Aceptación de la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas o mediante diferentes formas de demostración.

Nivel 5 (Rigor)

§ Posibilidad de trabajar en sistemas axiomáticos distintos del usual (de la geometría euclídea).

§ Capacidad para realizar deducciones abstractas basándose en un sistema de axiomas determinado.

§ Capacidad para establecer la consistencia de un sistema de axiomas. Capacidad para comparar sistemas axiomáticos diferentes y decidir sobre su equivalencia.

§ Comprensión de la importancia de la precisión al tratar los fundamentos y las relaciones entre estructuras matemáticas.

Por tanto, teniendo en cuenta las características del quinto nivel y de la muestra y población del proyecto de investigación, decidimos trabajar nosotros sólo hasta el cuarto nivel, por lo motivos que Jaime (1993, p. 8), señala que:

Las investigaciones llevadas a cabo en estos niveles educativos primaria y secundaria, tanto en España como en otros países, coinciden en señalar que son pocos los alumnos que tienen una adquisición alta del cuarto nivel de razonamiento, y éstos sólo surgen al final de la E. Secundaria, además un análisis teórico de las características del quinto nivel publicadas y utilizadas por diversos autores concluye que el nivel cinco, tal como lo describen los Van Hiele, o no existe o no se puede evaluar. Todos los demás niveles sí se pueden evaluar

Resumiendo los niveles de Van Hiele, Mora Gaviria & Valencia Ruiz (2012), afirmar que los niveles de razonamiento describen los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que va desde el razonamiento intuitivo de los niños de preescolar hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las Facultades de Ciencias.

GRADOS DE ADQUISICIÓN DE UN NIVEL DE RAZONAMIENTO

Gutierrez Rodriguez, Jaime Pastor, & Fortuny (1991) respecto al grado de adquisición de un nivel de razonamiento, presenta "... interpretaciones cuantitativas como cualitativas del proceso de adquirir un nivel. Los valores específicos que hemos asignado a los límites son, en cierta medida, subjetivos."

Este mismo autor describe estas características, planteada por Van Hiele. Con respecto al primero y segunda indica que:

Al principio, los estudiantes no están conscientes de la existencia de, o la necesidad de, pensando métodos específicos a un nuevo nivel. Ellos no tienen ninguna adquisición de este nivel de razón. Una vez que los estudiantes han comenzado a ser conscientes de los métodos de pensamiento en un nivel dado y de su importancia, ellos tratan de usarlos. Sin embargo, debido a su falta de experiencia, los estudiantes simplemente hacen algunas tentativas de trabajar sobre este nivel, con poco o ningún éxito en la solución de las actividades, y ellos vuelven al nivel inferior de razonamiento. Ellos tienen un grado bajo de adquisición del nivel. (Gutierrez Rodriguez, Jaime Pastor, & Fortuny, 1991, p. 238)

De la misma forma, la adquisición intermedia, alta y completa, dice (Gutierrez Rodriguez, Jaime Pastor, & Fortuny, 1991):

Como la experiencia de los estudiantes crece, ellos entran en un período de grado intermedio de adquisición del nuevo nivel. Ellos ya usan los métodos del nivel más a menudo, continuamente, y con exactitud. Sin embargo, la falta de dominio de aquellos métodos hace los estudiantes echar mano a los métodos del nivel inferior cuando ellos encuentran dificultades especiales en sus actividades, aunque después ellos traten de volver al nivel más alto. Por lo tanto, el razonamiento durante este tiempo es caracterizado por frecuente salta entre los dos niveles... Con más experiencia, el razonamiento de los estudiantes cada vez más es reforzado. Ellos deciden del modo habitual correspondiente a este nivel, pero ellos hacen algunos errores o a veces vuelven al nivel inferior. Esto es por lo tanto un período en el cual los estudiantes han alcanzado un alto grado de adquisición del nivel, pero no es todavía completo. Finalmente, los estudiantes logran la adquisición completa del nuevo nivel cuando ellos tienen el dominio completo de este modo de pensar y lo usan sin dificultades. (p. 239)

Jaime (1993, pp. 265-266), plantea la existencia de una adquisición progresiva de un nivel de razonamiento a otro superior, basándose en el Modelo de Van Hiele:

Podemos hablar, en términos cualitativos, de un proceso de dominio cada vez mayor del nivel, que va desde el dominio nulo (al comienzo del proceso) hasta el completo (al final del proceso), con una serie de situaciones intermedias con características propias. Cada uno de estos grados de adquisición de un nivel de Van Hiele viene determinado por ciertas características.

Estas características que menciona son las siguientes:

Adquisición nula. No se emplean las características de este nivel de razonamiento.

Adquisición baja. Empieza la consciencia de las características, métodos y exigencias propios del nivel, pero es muy pobre la utilización que se hace de ellos. Es frecuente el abandono del trabajo en este nivel para recurrir al razonamiento de nivel inferior.

Adquisición intermedia. El empleo de los métodos de este nivel es más frecuente y preciso. No obstante, todavía no se domina, por lo que, ante situaciones que resultan complicadas, se produce un retroceso de nivel, con un intento posterior de retorno al nivel superior. Hay, por tanto, saltos frecuentes entre dos niveles consecutivos de razonamiento.

Adquisición alta. El nivel habitual de trabajo es éste y se produce con muy poca frecuencia el retroceso de nivel, aunque sucede alguna vez. Asimismo, en ocasiones se hace un uso inadecuado de las herramientas propias de este nivel de razonamiento.

Adquisición completa. Hay un dominio total de las herramientas y métodos de trabajo propios de este nivel de razonamiento.

Este dominio va desde un dominio nulo hasta un dominio completo. En ese sentido, Jaime (1993), cuantifica en porcentajes para los diferentes grados de adquisición de un nivel de razonamiento son los siguientes:

Valores cualitativos y cuantitativos de los grados de adquisición de un nivel de Van Hiele

Intervalos	Grados de adquisición (cualitativo)	Porcentajes asignados (cuantitativo)
[0 - 15]	Adquisición nula	$0\% \leq Gr(n) \leq 15\%$
<15 - 40>	Adquisición baja	$15\% < Gr(n) < 40\%$
[40 - 60]	Adquisición intermedia	$40\% \leq Gr(n) \leq 60\%$
<60 - 85 >	Adquisición alta	$60\% < Gr(n) < 85\%$
[85 - 100]	Adquisición completa	$85\% \leq Gr(n) \leq 100\%$

Fuente: Jaime (1993, p. 266)

Para pasar de un nivel de razonamiento geométrico al nivel inmediato superior, según el modelo de Van Hiele:

Es necesario que el estudiante realice distintas actividades, las cuales deben ser diseñadas para que transite por el nivel en el que se encuentra hacia el siguiente, pasando por cinco fases a las que se les llama fases de aprendizaje. Lo que provee una descripción de cómo puede un profesor planifica y organiza sus clases para que

los alumnos sean capaces de acceder al nivel de razonamiento superior al que tienen actualmente. (Kerlegand Bañales, 2008, p. 20)

FASES DE APRENDIZAJE DEL MODELO DE VAN HIELE

Kerlegand Bañales (2008), presenta, según del modelo de Van Hiele, características generales (Información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre, integración) de las actividades en cada fase de aprendizaje:

Información

En esta fase las actividades deben revelar a los estudiantes el área de la geometría a estudiar; también tienen como objetivo que conozcan el material a utilizar y el dirigir la atención de los estudiantes. Los problemas que aquí se planteen, si se hace, no deben necesariamente ser resueltos sino hacer ver la necesidad del conocimiento matemático. En esta fase, Jaime (1993), también plantea algunas características:

§ En esta fase se procede a tomar contacto con el nuevo tema objeto de estudio. El profesor debe identificar los conocimientos previos que puedan tener sus alumnos sobre este nuevo campo de trabajo y su nivel de razonamiento en el mismo.

§ Los alumnos deben recibir información para conocer el campo de estudio que van a iniciar, los tipos de problemas que van a resolver, los métodos y materiales que utilizarán, etc.

§ La primera fase se puede obviar en algunos casos pues, dado que su finalidad es que el profesor obtenga información sobre los conocimientos y el nivel de razonamiento de sus alumnos y que éstos la obtengan sobre el campo de estudio, cuando existe con anterioridad esa información no es necesario realizar el trabajo específico de esa fase. Ello sucede generalmente cuando se produce una enseñanza continua que incluye el paso de un nivel al siguiente. Por ejemplo, una situación bastante frecuente en los centros de E.G.B. es que un grupo de estudiantes tiene el mismo profesor de Matemáticas en todos los cursos del Ciclo, pues el profesor va subiendo de curso junto a sus alumnos. Otra situación posible es que, dentro del mismo curso, y sin que haya ruptura en la continuidad de las clases dedicadas a un tema de Matemáticas, se produzca el paso de los estudiantes de un nivel al siguiente; es relativamente fácil que ocurra esto al pasar del nivel 1 al 2 ó del nivel 2 al 3. En ambos casos, puede ocurrir que la primera fase sea innecesaria.

§ Ese es el motivo por el que, en la secuencia de enseñanza de las isometrías del plano que proponemos, sólo incluimos un conjunto completo de actividades de la fase de información en el primer nivel de razonamiento de cada movimiento, limitándonos en los bloques de actividades de los siguientes niveles a dar algunas orientaciones o actividades aisladas. En caso de que la instrucción no comience en el primer nivel, se pueden seleccionar tareas de distintos niveles para saber hasta qué punto los alumnos están familiarizados con las estructuras propias del nivel correspondiente.

Rientación dirigida

En esta etapa las actividades debe enfocarse a delimitar los elementos principales – conceptos, propiedades, etc. – que los estudiantes deben reconocer y aprender a razonar, es decir, en ellas los alumnos deben descubrir y comprender los conceptos y propiedades deseados. Los problemas deberán plantear una situación en cuya resolución aparezcan dichos elementos. Los conceptos y estructuras deben presentarse en forma progresiva. Jaime (1993), también señala lo siguiente sobre esta fase:

§ Se guía a los alumnos mediante actividades y problemas (dados por el profesor o planteados por los mismos estudiantes) para que éstos descubran y aprendan las diversas relaciones o componentes básicas de la red de conocimientos que deben formar.

§ Los problemas propuestos han de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben entender y aprender. El profesor tiene que seleccionar cuidadosamente estos problemas y actividades y debe orientar a sus alumnos hacia la solución cuando lo necesiten.

§ Esta fase es fundamental, ya que en ella se construyen los elementos básicos de la red de relaciones del nivel correspondiente, dado que, las actividades (de la segunda fase), si se seleccionan cuidadosamente, constituyen la base adecuada del pensamiento de nivel superior. El trabajo se ha de presentar a los alumnos de manera que los conceptos y las estructuras a alcanzar aparezcan de manera progresiva. El papel del profesor es, por tanto, básico en esta fase, ya que debe guiar a sus alumnos para que adquieran correctamente las estructuras básicas del nivel. El profesor debe seleccionar los problemas para que planteen situaciones en cuya resolución aparezca alguno de los elementos (conceptos, propiedades, definiciones, relaciones entre propiedades, etc.) que los alumnos tienen que aprender y en los que deben basar su nueva forma de razonamiento.

Explicitación

Aquí los estudiantes deberán intercambiar sus experiencias, explicar cómo ha resuelto sus actividades y justificar sus resultados. Es una fase de revisión del trabajo realizado y de perfeccionamiento del lenguaje (entendiéndose como el vocabulario correspondiente al nuevo nivel de razonamiento al que se desea acceder). Asimismo, Jaime (1993), plantea lo siguiente:

§ Los alumnos deben intentar expresar en palabras o por escrito los resultados que han obtenido, intercambiar sus experiencias y discutir sobre ellas con el profesor y los demás estudiantes, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio.

§ Los estudiantes tienen que utilizar el vocabulario adecuado para describir la estructura sobre la que han estado trabajando. Se debe aprender y afianzar el vocabulario propio del nivel. En esta fase no se produce un aprendizaje de conocimientos nuevos, en cuanto a estructuras o contenidos, sino una revisión del trabajo llevado a cabo con anterioridad, de puesta a punto de conclusiones y de práctica y perfeccionamiento de la forma de expresarse, todo lo cual origina un afianzamiento de la nueva red de conocimientos que se está formando.

§ El tipo de trabajo que debe realizar en esta fase es de discusión y comentarios sobre la forma de resolver los ejercicios anteriores, elementos, propiedades, relaciones, etc., que se han observado o utilizado.

§ La tercera fase no debe interpretarse como fijada temporalmente después de la segunda fase y antes de la cuarta, sino más bien como una actitud permanente de diálogo y discusión en todas las actividades que lo permitan de las diferentes fases de aprendizaje. Por tanto, en la secuencia de enseñanza de las isometrías que proponemos no hay actividades diseñadas expresamente para esta fase, entendiéndose que sí se debe exigir la justificación y discusión en todo momento entre los alumnos o entre profesor y alumnos

Orientación libre

En esta fase las actividades deben plantear problemas más complejos donde los estudiantes combinen sus conocimientos y los apliquen en situaciones diferentes a las iniciales, en donde deban emplear una nueva forma de razonar. Si en la primera fase no se resolvió algún problema, aquí puede volver a formularse.

En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes

de los anteriores y, probablemente, más complejos. De la misma forma, Jaime (1993), afirma lo siguiente, respecto a esta fase:

§ El profesor debe proponer a sus alumnos problemas que no sean una simple aplicación directa de un dato o algoritmo conocido, sino que planteen nuevas relaciones o propiedades, que sean más abiertos, preferiblemente con varias vías de resolución, con varias soluciones o con ninguna. Por otra parte, el profesor debe limitar al máximo su ayuda a los estudiantes en la resolución de los problemas.

§ En palabras de Van Hiele (1986, p. 54), los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales.

§ Los alumnos deberán aplicar los conocimientos y lenguaje que acaban de adquirir en otras situaciones nuevas. Los problemas planteados en esta fase deben obligar a los estudiantes a combinar sus conocimientos y aplicarlos a situaciones diferentes de las propuestas anteriormente. La intervención del profesor en la resolución de las tareas debe ser mínima, pues son los alumnos quienes tienen que encontrar el camino adecuado a partir de lo aprendido en la segunda fase.

Integración

En esta etapa final las situaciones que se revisen deben representar una acumulación, comparación y combinación de conceptos adquiridos y en donde no se vislumbre ningún conocimiento nuevo. En esta fase también se puede comprobar si el conocimiento fue adquirido. Por último, Jaime (1993), caracteriza respecto a esta fase lo siguiente:

§ Los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente.

§ El profesor debe dirigir resúmenes o recopilaciones de la información que ayuden a los estudiantes a lograr esta integración. Las actividades que les proponga no deben implicar la aparición de nuevos conocimientos, sino sólo la organización de los ya adquiridos.

§ Se trata de adquirir una visión general de los contenidos del tema objeto de estudio, integrada por los nuevos conocimientos adquiridos en este nivel y los que ya tenían los estudiantes anteriormente. No hay un aprendizaje de elementos nuevos, sino una fusión de los nuevos conocimientos, algoritmos y formas de razonar con los anteriores. Las actividades de esta fase deben favorecer dicha integración y permitirle al profesor comprobar si se ha conseguido ya. Parte del trabajo que debe realizar el profesor en la quinta fase es la confección y presentación a los alumnos de resúmenes de los contenidos estudiados. En cuanto a los estudiantes, es importante memorizar los resultados más importantes y adquirir destreza y agilidad en el uso de los nuevos algoritmos, procedimientos de resolución de problemas o métodos de trabajo.

§ Por lo que respecta a las experimentaciones de nuestras unidades de enseñanza de las isometrías, no hemos diseñado actividades específicas para la quinta fase, si bien a ella corresponden el resumen por el profesor de la red de relaciones de la isometría objeto de estudio y la memorización por los alumnos de los nuevos resultados, definiciones, relaciones, etc., así como la comprensión e interiorización de las nuevas relaciones.

§ Sin embargo, es necesario tener presente que la quinta fase de aprendizaje es importante. Una debilidad de nuestras experimentaciones ha sido que hemos prestado a esta fase poca atención pues, aunque periódicamente hemos hecho con nuestros estudiantes resúmenes de lo estudiado hasta ese momento, han sido pocos y posteriormente se ha notado su falta ya que a veces los estudiantes no recordaban algún resultado que habían estudiado algunas semanas antes y que debían utilizar.

Para concluir esta sección de análisis de las fases de aprendizaje de Van Hiele, destaca la importancia que una actividad por sí misma no corresponde en general a un nivel de razonamiento y una fase de aprendizaje concretos.

No es posible analizar una actividad aislada, sino que hay que hacerlo dentro del contexto en el que se encuentre y teniendo en cuenta el trabajo realizado previamente y el que se planea realizar con posterioridad. Por ejemplo, se puede dar el caso siguiente: Una actividad A, propuesta en la fase 2 de un cierto nivel, permite descubrir una propiedad P1 que se empleará como base para la resolución, en la fase 4, de la actividad B, cuyo objetivo es descubrir la propiedad P2 basándose en el uso de P1. Pero si modificamos la organización de la unidad de enseñanza, podemos hacer que la actividad B pertenezca a la fase 2 y la actividad A, a la fase 4, de manera que la propiedad P1 surgirá de la aplicación de la propiedad P2. (Jaime, 1993, pp. 13-14)

SOFTWARE GEOGEBRA

A continuación consideraremos el contenido de la tesis titulada : *Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria* de la española Ruiz López (2012), específicamente sobre el software de GeoGebra, que a continuación se presenta:

GeoGebra puede considerarse un Software de Matemática Dinámica (SMD) porque, además de tener las posibilidades de un software dinámica de geometría SGD, incluye otras particularidades algebraicas y de cálculo que permiten relacionar varias áreas matemáticas. La idea básica de los creadores y desarrolladores de este software, ha sido unir geometría, álgebra y cálculo (las distintas representaciones de un mismo objeto se conectan dinámicamente) en un único programa de uso intuitivo que permita la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles educativos.

Las características técnicas de GeoGebra son muy interesantes. Es un software libre (con licencia GPL que permite cualquier uso no comercial) que tienen versiones para todos los sistemas operativos Windows, Mac OS y GNU/Linux (32bit/64bit). Ejecuta un archivo Java (geogebra.jar) y almacena cada uno de las construcciones en un archivo XML de extensión ggb. Estos archivos se pueden exportar como dibujos, imágenes o páginas web dinámicas, llamadas applets.

APRENDIZAJE

El aprendizaje es un proceso mediante el cual un sujeto adquiere destrezas o habilidades, e incorpora contenidos informativos, conocimientos y adopta nuevas estrategias de conocimiento para seguir creciendo como persona.

Por lo que Elles, (2007, p. 5) citado por Zegarra Ccama (2011) reportó una definición de aprendizaje como proceso “un cambio relativamente permanente en la conducta como resultado de la experiencia”.

Según Sanvisens (1992), citado por Crisólogo (2003), en una tesis realizada por Zegarra Ccama (2011) respecto al “aprendizaje” indica lo siguiente:

El aprendizaje es un proceso que implica un cambio real o potencial en el comportamiento, relativamente persistente, que es debido a la interacción sujeto-medio, y posible a través de la actividad y/u observación del sujeto. Así, pues, el aprendizaje no significa ni acomodación pasiva ante las exigencias del medio, ni simple codificación de la información captada por el sujeto, ni cambio del comportamiento, sino más. El aprendizaje supone, fundamentalmente, interacción o relación sujeto – medio, existencia de información, actividad y/u observación por parte del sujeto, interiorización, asimilación de algo nuevo y cambio persistente, ya sea real y observable o potencial. (pp. 27-28)

Los seres humanos perciben y aprenden las cosas de formas distintas y a través de canales diferentes, esto implica distintos sistemas de representación o de recibir información mediante canales sensoriales diferentes. Además de los distintos canales de comunicación que existen, también hay diferentes tipos de estudiantes.

Además debemos de resaltar que se han realizado estudios sobre los distintos tipos de aprendizaje los cuales han determinado qué parte de la capacidad de aprendizaje se hereda y cuál se desarrolla. Estos estudios han

demostrado que las creencias tradicionales sobre los entornos de aprendizaje más favorables son erróneas. Estas creencias sostienen afirmaciones como: que los estudiantes aprenden mejor en un entorno tranquilo, que una buena iluminación es importante para el aprendizaje, que la mejor hora para estudiar es por la mañana y que comer dificulta el aprendizaje. Según la información de la que disponemos actualmente no existe un entorno de aprendizaje universal ni un método apropiado para todo el mundo.

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

El tipo de investigación de esta investigación es aplicativo, toda vez que se aplicó un conjunto de conocimientos y teorías a la investigación. Es aplicativo por su naturaleza, porque persigue comprender un problema social y proporcionar guías basadas en la realidad para remediar problemas, contrario a la investigación básica, quien se encarga de buscar conocimientos nuevos sobre la realidad social, para establecer principios generales para explicarlos. (Ander-Egg, 2000, p. 150)

El nivel de investigación es explicativo, porque están dirigidos a responder las causas de los eventos físicos y sociales, su interés se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da este, o por qué dos o más variables están relacionadas. (Oseda Gago, Cori Orihuela, & Vila de la Cruz, 2008, p. 120), cuyo diseño se determinó como pre-experimental con un sólo grupo, porque a éste "...se le aplica una prueba previa al estímulo o tratamiento experimental, después se le administra el tratamiento y finalmente se le aplica una prueba posterior al estímulo". En nuestro caso se aplicó una prueba de entrada, luego pasamos a administrar el modelo de Van Hiele y terminamos con una prueba de salida a la muestra seleccionada.

El trabajo tuvo la población objetivo a estudiantes de la Facultad de Educación de la UNH. Y, como población accesible a 110 estudiantes, de la Especialidad de Matemática – Computación e Informática de la misma Facultad, con una muestra de 25 estudiantes, según Yarlequé Chocas, Javier Alva, Monroe Avellaneda, & Nuñez Llacuachaqui, (2007, p. 94), "es una parte pequeña de la población o un subconjunto de esta, que sin embargo posee las principales características de aquella.", cuya muestreo elegimos el no probabilístico, denominada también criterial o intencional, porque no todos los miembros de la población, tienen la misma oportunidad de ser seleccionados para la muestra. (Yarlequé Chocas, et al., 2007)

El método general, con el no apoyamos fue método científico, porque es el conjunto de procedimientos por los cuales: a) se plantean los problemas científicos y, b) se ponen a prueba las hipótesis científicas. El estudio del método científico es, en una palabra, la teoría de la investigación (Bunge, s/f, p. 33); y, como específico el descriptivo, dado que se basa en la observación, por lo que son de gran importancia los cuatro factores psicológicos: atención, sensación, percepción y reflexión. (Oseda Gago et al., 2008)

Para ésta investigación utilizamos la técnica de observación, que consiste en observar atentamente el fenómeno, hecho o caso, tomar información y registrarla para su posterior análisis. Pero existen dos tipos de observación: directa e indirecta. (Oseda Gago, Cori Orihuela, & Vila de la Cruz, 2008), cuyo instrumento de investigación fue las pruebas para desarrollo; un medio útil para recoger información, el cual nos ayudó a informarnos sobre el rendimiento académico de los estudiantes, los cuales son las pruebas de entrada y salida.

PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

En el trabajo de investigación se tuvo como muestra a 25 estudiantes, quienes han sido evaluados con una prueba de entrada denominada pre test y una prueba de salida denominada post test, para ello se validó dichos instrumentos mediante la opinión de jueces, cuyo procesamiento se ha realizado mediante el software estadístico SPSS (paquete estadístico para las ciencias sociales) y la hoja de cálculo Microsoft Excel, para las estadísticas a nivel descriptivo e inferencial, teniendo en cuenta los objetivos y diseño de investigación.

TABLA 1
 Niveles de razonamiento geométrico del pre test, según el modelo Van Hiele de estudiantes de Matemática – Computación e Informática de la Facultad de Educación de la UNH.

	Nivel de visualización		Nivel de análisis		Nivel de clasificación		Nivel de deducción		Nivel de rigor	
	F	%	f	%	f	%	f	%	F	%
Nula	2	8,0%	0	0,0%	2	8,0%	16	64,0%	23	92,0%
Baja	2	8,0%	7	28,0%	10	40,0%	7	28,0%	2	8,0%
Intermedia	12	48,0%	14	56,0%	11	44,0%	2	8,0%	0	0,0%
Alta	8	32,0%	4	16,0%	2	8,0%	0	0,0%	0	0,0%
Completa	1	4,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%

En la tabla1 muestra que, de 25 estudiantes que se sometieron a la prueba de entrada o pre test, de la especialidad de Matemática, Computación e Informática, 2 (8%) de ellos lograron ubicarse en el nivel de visualización con respecto al grado de adquisición nula, 2 (8%) en la adquisición baja, 12 (48%) en la intermedia, 8 (32%) en alta y 1 (4%) con adquisición completa. En el nivel de análisis, de 25 estudiantes, ninguno de ellos lograron ubicarse en el grado de adquisición nula, pero 7 (28%) se hallan en el grado de adquisición baja, 14 (56%) se ubican con el grado de adquisición intermedia, 4 (16%) en intermedia, y no existe un estudiante logró ubicarse con adquisición completa; lo que indica, que la mayoría de ellos se encuentran en el grado de adquisición intermedia, donde el aprendizaje de dichos estudiantes de áreas y perímetros de regiones poligonales es frecuente y preciso, pero ante situaciones complicadas no dominan el tema, imprecisos para identificar, comparar, ordenar, caracterizar las áreas y perímetros, lo que produce retroceder al nivel anterior, sin embargo, con otro intento puede retornar al nivel al nivel intermedio.

Asimismo, con referencia al nivel de clasificación, de 25 estudiantes, 2 (8%) de ellos lograron ubicarse en el grado de adquisición nula, 10 (40%) se hallan en el grado de adquisición baja, 11 (44%) se ubican con el grado de adquisición intermedia, 2 (16%) en intermedia, y ningún estudiante logró ubicarse con adquisición completa; lo que indica, que relativamente la mayoría de ellos se encuentran en el grado de adquisición intermedia, donde el aprendizaje de dichos estudiantes de áreas y perímetros de regiones poligonales es frecuente y preciso, pero ante situaciones complicadas no dominan el tema, como por ejemplo la comprensión y demostración de algún teorema o teoremas, etc., de áreas y perímetros de regiones poligonales, lo que produce retroceder al nivel anterior, sin embargo, con otro intento puede retornar al nivel al nivel intermedio.

Por otro lado, con respecto al nivel de deducción, de 25 estudiantes, 16 (64%) de ellos lograron ubicarse en el grado de adquisición nula, 7 (28%) se hallan en el grado de adquisición baja, 2 (8%) se ubican con el grado de adquisición intermedia, y ningún estudiante logró ubicarse tanto en el grado de adquisición alta como completa; lo que indica, que la mayoría de ellos se encuentran en el grado de adquisición nula, donde el aprendizaje de dichos estudiantes de áreas y perímetros de regiones poligonales no cumplen las características del nivel de deducción: No pueden reformular, comprender desarrollar demostraciones, etc.; es decir debe ubicarse en el nivel inferior; de análisis.

Por último, en el nivel de rigor: de 25 estudiantes, 23 (92%) de ellos lograron ubicarse en el grado de adquisición nula, 2 (8%) se hallan en el grado de adquisición baja, pero no hay un solo estudiante que haya logrado ubicarse tanto en el grado de adquisición intermedia, alta como completa; lo que significa, que la mayoría de ellos se encuentran en el grado de adquisición nula, donde el aprendizaje de dichos estudiantes de áreas y perímetros de regiones poligonales no pueden trabajar en sistema axiomáticos ni realizar deducciones abstractas y sus relaciones entre las estructuras matemáticas; es decir, éstos deben ubicarse en el nivel inferior; de deducción.

Luego de haber evaluado mediante el pre test los niveles de razonamiento en función a los grados de adquisición, según el modelo de Van Hiele, se empleó dicho modelo en el desarrollo de áreas y perímetros, con el apoyo del GeoGebra, cuyos resultados se muestran a continuación:

TABLA 2
Niveles de razonamiento geométrico del post test, según el Modelo Van Hiele de los estudiantes de Matemática – Computación e Informática de la Facultad de Educación de la UNH.

	Nivel de visualización		Nivel de análisis		Nivel de clasificación		Nivel de deducción		Nivel de rigor	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Nula	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	3	12,0%
Baja	0	0,0%	0	0,0%	1	4,0%	0	0,0%	10	40,0%
Intermedia	1	4,0%	7	28,0%	4	16,0%	18	72,0%	8	32,0%
Alta	20	80,0%	17	68,0%	16	64,0%	5	20,0%	4	16,0%
Completa	4	16,0%	1	4,0%	4	16,0%	2	8,0%	0	0,0%

En la tabla 2 informa que, de 25 estudiantes que se sometieron a la prueba de entrada o post test, de la especialidad de Matemática, Computación e Informática, 1 (4%) de ellos lograron ubicarse en el nivel de visualización con respecto al grado de adquisición intermedia, 20 (80%) en la adquisición alta, 4 (16%) en la adquisición completa, ninguno en la nula y baja. Lo que indica, que la mayoría de los estudiantes lograron el grado de adquisición alta, donde usa propiedades precisas para identificar, comparar, ordenar, caracterizar áreas y perímetros, pero se produce con poca frecuencia el retroceso de nivel y en ocasiones hace uso inadecuado de dichos axiomas y teoremas de las áreas y perímetros de dichos polígonos.

En el nivel de análisis, 7 (28%) se hallan en el grado de adquisición intermedia, 17 (68%) en el grado de adquisición alta, 1 (4%) en la adquisición completa, pero ninguno lograron ubicarse en el grado de adquisición nula y baja. Por tanto, la mayoría de ellos se encuentran en el grado de adquisición alta, cuyo trabajo en áreas y perímetros de regiones poligonales es habitual, pero en ocasiones hace uso inadecuado de la definición o definiciones, deducciones de propiedades mediante la experimentaciones, etc., lo que produce con poca frecuencia retroceder al nivel inferior inmediato, visualización.

Asimismo, en el nivel de clasificación, ninguno de ellos se ubica con el grado de adquisición nula, pero uno solo se halla en el grado de adquisición baja, 4 (16%) en la intermedia, 16 (64%) en alta, y 4 (16%) en la completa. En consecuencia, la mayoría de dichos estudiantes se encuentran en el grado de adquisición alta, donde el trabajo en áreas y perímetros de regiones poligonales es habitual, pero en ocasiones hace uso inadecuado de la definición o definiciones, deducciones de propiedades mediante la experimentaciones, etc., lo que produce con poca frecuencia retroceder al nivel inferior inmediato, análisis.

Asimismo, en el nivel de deducción, ninguno de ellos se ubican en el grado de adquisición nula y baja, 18 (72%) en la intermedia, 5 (20%) en alta, y 2 (8%) en la completa. Entonces, la mayoría de dichos estudiantes se hallan en el grado de adquisición intermedia, donde la comprensión y aplicaciones de axiomas, definiciones, propiedades, etc., en demostraciones formales y completas de teoremas de áreas y perímetros de regiones poligonales son frecuentes y precisas. Sin embargo, el tema no se domina, por lo que, ante situaciones problemáticas o ejercicios complicados, retorna al nivel anterior, pero si logra superar dichas dificultades puede dar un salto al nivel de deducción.

Por último, en nivel de rigor, 3 (12%) se encuentran en el grado de adquisición nula, 10 (40%) en baja, 8 (32%) en intermedia, 4 (16%) en alta, ninguno en la completa. Lo que significa, relativamente la mayoría de ellos se ubican con el grado de adquisición baja, cuyo trabajo en sistemas axiomáticos distintos de la geometría euclidiana y la importancia de los fundamentos y relaciones entre estructuras algebraicas es muy pobre con

respecto a la utilización de dichos temas, lo que es frecuente el abandono del trabajo para recurrir al nivel de razonamiento inferior: formal.

TABLA 3
Grados de adquisición en el pre test y post-test en estudiantes de Matemática
– Computación e Informática de la Facultad de Educación de la UNH.

	Grado de Adquisición Pre-test		Grado de Adquisición Post-test	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Nula	0	0,0%	0	0,0%
Baja	20	80,0%	0	0,0%
Intermedia	5	20,0%	14	56,0%
Alta	0	0,0%	9	36,0%
Completa	0	0,0%	2	8,0%
Total	25	100,0%	25	100,0%

Fuente: Aplicación de prueba objetiva

En la tabla 3 precisa con respecto a los resultados del pre test y post test lo siguiente: con la ayuda del GeoGebra y las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele, los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática, lograron escalar de un grado de adquisición ubicado mayoritariamente baja, a un razonamiento distribuido en los grados de adquisición principalmente intermedia, luego alta y muy pocos en la completa.

Cabe indicar, que la mayoría de los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática, de la Facultad de Educación, consideran el uso de la herramienta del GeoGebra es favorable en el aprendizaje de áreas y perímetros de polígonos regulares.

Aplicamos la prueba de Kolmogorov Smirnov, debido a que la media del pre test y pos test es diferente; donde el valor de p-value (sig) es de $0.001 < 0.05$, lo que indica, que los resultados del pre test tienen una distribución normal. Sin embargo, para el caso de los resultados del post test p-value (sig) es de $0.200 > 0.05$ lo cual significa, que los resultados del post test no presentan una distribución normal. Por tanto, la prueba de hipótesis es la prueba no paramétrica de Wilcoxon.

PRUEBA DE HIPÓTESIS

Para evaluar la inferencia de medias aritméticas de la aplicación del Modelo Van Hiele y el software Geogebra en el aprendizaje de los estudiantes, se empleó la estadística no paramétrica de Wilcoxon para una muestra con datos relacionados o apareados, se optó por esta prueba porque no se conoce la forma de su distribución poblacional y menos aún sus parámetros. Para tal efecto se formula las siguientes hipótesis:

H₀: La aplicación del Modelo Van Hiele y el software Geogebra no influye positiva y significativamente en el aprendizaje de áreas y perímetros de regiones poligonales de los estudiantes del sexto ciclo de la carrera profesional de Matemática – Computación e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Huancavelica.

H_a: La aplicación del Modelo Van Hiele y el software GeoGebra influye positiva y significativamente en el aprendizaje de áreas y perímetros de regiones poligonales de los estudiantes del sexto ciclo de la carrera profesional de Matemática – Computación e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Huancavelica.

El contraste se realizó con aproximación a la normal debido a que la muestra es mayor o igual a 25.

La decisión se realizó con el criterio de valor probabilístico o nivel de significancia observada (sig.); es decir, se rechazará la hipótesis nula (H_0) si el nivel de significancia observada es menor que el nivel de significancia asumida, de lo contrario se aceptará dicha hipótesis.

TABLA 4
Estadístico de contraste Test de Wilcoxon con los resultados del pre test y post test.

	N	Rango promedio	Suma de rangos	Z	Sig
Post_test Rangos	0a	,00	,00	-	,000
Pre_test negativos				4,377b	
Rangos positivos	25b	325,00	325,00		
Empates	0c				
Total	25				

Fuente: Aplicación de pre_test y post_test

En la tabla 4 se observa, el valor de la estadística de prueba de Z tiene un valor de $-4,377$ con un valor probabilístico ($\text{Sig.}=0,000$). De donde comparando este valor con el nivel de significancia asumida se determina que es menor ($0,00 < 0,05$), por lo que se rechaza la hipótesis nula (H_0) y se acepta la hipótesis alterna. Con este resultado se concluye que la aplicación del Modelo Van Hiele y el software Geogebra influye positiva y significativamente en el aprendizaje de áreas y perímetros de regiones poligonales de los estudiantes del segundo ciclo de la carrera profesional de Matemática – Computación e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Huancavelica.”

DISCUSIÓN

Mora Gaviria y Valencia Ruiz (2012), concluyeron que las fases de aprendizaje basadas en los niveles de visualización y análisis de Van Hiele, identificaron avances favorables en los estudiantes en cuanto a la construcción y caracterización del cubo, gracias a los procedimientos realizados por el docente en las estrategias aplicadas, y además de esto ratificar la importancia de dichas fases y niveles en la realización del mismo. Lo que coincide con los resultados del presente, donde los estudiantes lograron escalar de un grado de adquisición ubicado mayoritariamente baja, a un razonamiento distribuido en los grados de adquisición principalmente intermedia.

Jaime (1993), concluyen que aplicación del modelos de Van Hiele mejoran el nivel de razonamiento de estudiantes, pero es mucho menor de lo que sería deseable, pues son pocos los estudiantes que han adquirido completamente el segundo nivel de Van Hiele y muchos menos los que muestran siquiera una adquisición baja del tercer nivel. Lo que coincide con los resultados del presente, donde los estudiantes lograron escalar de un grado de adquisición ubicado mayoritariamente baja, a un razonamiento distribuido en los grados de adquisición principalmente intermedia, pero muy pocos en la completa.

Zambrano M. (2005) halla resultados similares con el nuestro, donde el método de fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele permitió el logro de aprendizaje de conocimientos conceptuales y procedimentales en el área de la Geometría, específicamente en el contenido triángulos, en nuestro caso en áreas y perímetros de polígonos regulares.

Respecto de la tesis de Ruiz López (2012), tenemos similares resultados respecto al apoyo y uso del GeoGebra en la resolución de problemas, cuya contribución es evidencia en la mejora de competencias didáctico-geométricas, y aprendizaje de las áreas y perímetros de polígonos regulares.

De la misma manera, los resultados tanto, de Iranzo & Fortuny (2009) como de Rodríguez Sánchez (2011) concluyen que la mayoría de estudiantes utilizan herramientas algebraicas y de medida y consideran que GeoGebra les ayuda a visualizar el problema y favorece en resolver problemas de área y perímetros de polígonos regulares.

Maguiña Rojas (2013) coincide con algunos de nuestros resultados, cuya la propuesta didáctica permitió que los estudiantes lograrán un grado de adquisición alta en el nivel 1, un grado de adquisición intermedia en el nivel 2 y se encuentren desarrollando habilidades en el nivel 3, pasando de un nivel de adquisición nula a una adquisición baja, y en el caso nuestro donde lograron escalar de un grado de adquisición ubicado mayoritariamente baja, a un razonamiento distribuido en los grados de adquisición principalmente intermedia, además, con la ayuda del uso del GeoGebra facilitó la visualización y manipulación de las representaciones del objeto matemático cuadriláteros, áreas y perímetros de polígonos regulares.

CONCLUSIONES

Las fases de aprendizaje basadas en los niveles de visualización, análisis, clasificación y deducción de Van Hiele, influyeron en los puntajes obtenidos por los estudiantes con respecto a la resolución de problemas de áreas y perímetros de polígonos regulares, y ratificar la importancia de dichas fases y niveles en la realización del mismo por parte de los estudiantes de la carrera profesional de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Huancavelica.

Con la ayuda del GeoGebra y las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele, dichos estudiantes lograron escalar ligeramente de un grado de adquisición bajo a un razonamiento distribuido en los grados de adquisición principalmente intermedia, luego alta, y muy pocos en la completa. Por tanto, los estudiantes mejoraron en el nivel de razonamiento geométrico en área y perímetros de polígonos regulares.

El uso del software GeoGebra es una herramienta muy valiosa, que motivó y contribuyó en el desarrollo de las capacidades geométricas, de los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Educación, fundamentalmente en habilidades de resolución de ejercicios y problemas de áreas y perímetros de polígonos regulares.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ander-Egg, E. (2000). *Método y técnicas de investigación social* (Vol. 3). Argentina: Lumen Hvmanitas.
- Bunge, M. (2015). *La ciencia. Su método y su filosofía*. Lima.
- Engels, F. (1968). *Anti-Dühring. La subversión de la ciencia por el señor Eugen Dühring* (Segunda.). México: Grijalbo.
- Guillén, G. (2004). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática. *Educación matemática*, 16(3), 103-125.
- Gutierrez, A., Jaime Pastor, A., & Fortuny, J. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the Van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 237-251.
- Iranzo, N., & Fortuny, J. (2009). La influencia conjunta del uso de geogebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. *Enseñanza de las ciencias*, 27(3), 433-466.
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento* (Tesis Doctoral). Universitat de Valencia, Valencia. Recuperado a partir de <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Jai93.pdf>
- Kerlegand Bañales, C. (2008). *Desarrollo de dos propiedades de la circunferencia usando el Modelo de Van Hiele y la visualización* (Tesis de Maestría). Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México. Recuperado a partir de http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/kerlegand_2008.pdf

- Maguiña Rojas, A. T. (2013). Propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele (Tesis de Maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima. Recuperado a partir de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4733/MAGUI%c3%91A_ROJAS_ALBERT_PROPUESTA_CUADRILATEROS.pdf?sequence=1
- Mora, S. & Valencia, M. (2012). Las fases de aprendizaje propuestas por Van Hiele en la construcción y caracterización del cubo (Tesis de Licenciatura). Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira. Recuperado a partir de <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/11059/3159/1/37276M827.pdf>
- Oседа, D., Cori, S., & Vila de la Cruz, M. (2008). Metodología de la investigación. Huancayo: Pirámide.
- Rodríguez, C. (2011). Construcción de polígonos regulares y cálculo de áreas de superficies planas utilizando el programa geogebra: una estrategia metodológica para la construcción de aprendizajes significativos en estudiantes de grado séptimo (Tesis Doctoral). Universidad Nacional de Colombia, Colombia. Recuperado a partir de <http://www.bdigital.unal.edu.co/5849/1/8410010.2012.pdf>
- Ruiz, N. (2012). Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica geogebra en la formación inicial del profesorado de primaria (Tesis Doctoral). Universidad Autónoma de Madrid, Madrid. Recuperado a partir de <https://repositorio.uam.es/xmlui/handle/10486/10911>
- Vargas, G. y Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1), 74-94.
- Yarlequé, L., Javier, L., Monroe, J., & Nuñez, E. (2007). Investigación en educación y ciencias sociales. Huancayo: s.e.
- Zambrano, M. (2005). Los niveles de razonamiento geométrico y la apercepción del método de fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele en estudiantes de educación integral de la UNEG (Tesis de Maestría). Universidad Nacional Experimental de Guayana, Guayana. Recuperado a partir de http://www.cidar.uneg.edu.ve/DB/bcuneg/EDOCS/TESIS/TESIS_POSTGRADO/MAESTRIAS/EDUCACION/TGMLZ35M652005MoisesZambrano.pdf
- Zegarra, W. (11). Efectos de los «módulos de aprendizaje Zegarra» en el nivel de aprendizaje de la matemática en estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa «Dr. Luis Alberto Sánchez» - Viñani, de Tacna - Perú, 2008 (Tesis de Maestría). Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann, Tacna. Recuperado a partir de http://tesis.unjbg.edu.pe:8080/bitstream/handle/unjbg/71/Zegarra_Ccama_WG_ESPG_Tecnolog%C3%ADa_Educativa_2012.pdf?sequence=1

Los autores otorgan el permiso a compartir y usar su trabajo manteniendo la autoría del mismo.
CC BY-NC