

## Vigilancia epistemológica

**Mg. Fabio A. Contreras Oré**

Universidad Nacional del Centro del Perú

(Recibido 21/11/2013 Aceptado 16/12/2013)

La simetría es un concepto mediante el cual se ha intentado a través de los tiempos comprender y crear el orden, la belleza y la perfección.

*Hermann Weyl.*

Cuando los matemáticos hablan de simetría, están pensando en algo muy específico: el modo de transformar un objeto de forma que conserve su estructura.

*Ian Stewart*

### Resumen

En el presente artículo se trata de dos conceptos importantes de la Didáctica Fundamental: La Teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard que consiste en la transformación del Saber Institucional al que se le denomina Saber Sabio o Saber Académico en un Saber a Enseñar, con la finalidad de que el docente comprenda que su labor principal no es repetir los contenidos tal y cómo él lo aprendió en su formación académica, sino en elaborar una versión didáctica del mismo, pero sin alterar, en lo sustancial la estructura. Sin embargo esta transposición didáctica si no es sometida en paralelo con un control, al que se le denomina Vigilancia Epistemológica, puede sufrir deformaciones o mantener vigentes teorías superadas por la evolución histórica.

**Palabras claves:** Transposición didáctica, vigilancia epistemológica.

## Epistemological watching

### Abstract

This article addresses two important concepts of Fundamental Teaching: The Didactic Transposition Theory of Yves Chevallard, which consists of the transformation of Institutional Knowing which is called Sage knowledge or Academic knowledge in Teaching knowledge, in order to that teachers understand that their main task is not to repeat such content and how he learned it in their education, but to develop a didactic version of it, but not alter, essentially the structure. However, this didactic transposition if not submitted in parallel with a control, which is called Epistemological Surveillance may be deformed or maintain existing theories overtaken by the historical evolution.

**Key words:** Didactic Transposition, Epistemological watching.

## Introducción

Durante el progreso de los cursos de Especialización que desarrolla la Facultad de Educación en Convenio con el Ministerio de Educación y de la Maestría de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú (UNCP), se ha podido constatar que no siempre los docentes participantes son conscientes que entre la matemática y la versión didáctica de la matemática hay una distancia, muchas veces enorme, y que inclusive, la evolución vertiginosa de la matemática académica, frecuentemente, no se toma en cuenta en su versión didáctica, que permanece fiel a la tradición y a la tiranía de los textos que muestra, un conjunto de conocimientos ya envejecidos.

Muchos docentes participantes consideran que los contenidos estructurados por los textos ya están didácticamente organizados, y por tanto su labor consiste en enseñarlos en pequeñas dosis (fieles al conductismo) o en el mejor de los casos hacer reconstruirlos por los alumnos (constructivismo), pero, Yves Chevallard, desde

los años ochenta, ha comenzado a hablar de la *transposición didáctica* como el proceso de transformación del saber sabio en un saber a enseñar, donde “Ya no se trata de una simple reorganización por permutación sino de una verdadera *refundación* del conjunto de contenidos”. (Chevallard, 2009, p. 39) siendo el rol del alumno no la de un simple repetidor de la matemática ya estructurada, sino la del ser epistémico que hace matemática; paulatinamente esto ha conducido al concepto de *vigilancia epistemológica*; que, trata de cuidar que entre el objeto matemático y el objeto de enseñanza se mantenga la misma estructura, aunque, la versión didáctica utilice representaciones semióticas más cercanas a un aprendiz que a un científico. Por estos trabajos se ha hecho acreedor de la Medalla Hans Freudenthal del año 2009.

## 1. La transposición didáctica

Ian Stewart (2007, pp.45-47) citando al artículo “Gears from the Greeks” en Proceedings of the Royal Institution (vol. 58,1986) del matemático británico Christopher Zeeman, escribe:

Primero vinieron los astrónomos observando los movimientos de los cuerpos celestes y recogiendo datos. En segundo lugar, los matemáticos inventando notación matemática para describir los movimientos y ajustar datos. En tercer lugar, los técnicos haciendo modelos mecánicos para simular aquellas construcciones matemáticas. En cuarto puesto, generaciones de estudiantes que aprendieron astronomía a partir de estas máquinas. En quinto lugar, científicos, cuya imaginación estaba tan deslumbrada por generaciones de dicho aprendizaje que realmente creyeron que era así como funcionaban los cielos. En sexto lugar vinieron las autoridades, quienes insistieron sobre el dogma recibido. Y así, la raza humana se engañó y aceptó el sistema tolemaico durante un millar de años.

Este breve resumen sobre la evolución de las teorías cósmicas muestra las dificultades que el hombre ha tenido que vencer, a lo largo de un período muy largo de la historia, para aceptar la teoría moderna del cosmos, además, revela otra gran verdad, que con mucha frecuencia no se tiene en cuenta, cuando la temática se convierte en objeto de aprendizaje: “*Frecuentemente, existe una distancia entre el objeto científico y el objeto del aprendizaje*”. Lo que hoy figura entre los contenidos de los programas de enseñanza, casi siempre está desligado de su origen, de manera tal que en las aulas, los estudiantes desarrollan situaciones donde se aprende a manejar símbolos y operaciones abstractas muy alejadas de los problemas y situaciones que le dieron origen.

D’Amore (2007, p. 36) citando al matemático Francesco Speranza escribe sobre la gran importancia que tiene para un profesor de matemática conocer tanto la matemática como la epistemología, pues, el conocimiento de la matemática es insuficiente, si no se tiene el sentido mismo de la evolución del pensamiento matemático. Luego añade: El profesor de matemática no es un creador de teoremas ni de teorías, es más bien, un profesional, experto en matemática, a quien la sociedad le ha confiado la formación de sus jóvenes ciudadanos para que construyan y aprendan a usar competencias matemáticas. Por tanto, la primera obligación del profesor de matemática es la de conocer la ciencia que va a enseñar; y su segunda tarea, irrenunciable es la de efectuar una “transposición didáctica”. El profesor de matemática, no debe limitarse a repetir la matemática aprendida en la universidad, sino que la debe transformar en una versión que sea adecuada a los estudiantes. Esta transformación del “saber académico” (saber matemático elaborado durante su formación académica) en un “saber a enseñar”, es el que Chevallard (1991) y Verret (1975) la han denominado “Transposición Didáctica”.

La transposición didáctica justifica su existencia desde el momento en el que el profesor es el mediador entre el conocimiento matemático y el estudiante; pues, el estudiante casi nunca tiene acceso directo al Saber Sabio (o Saber Institucionalizado); por tanto, su desempeño está limitado a su relación personal con el docente y al aprendizaje que el profesor elige como saber a enseñar. Esta selección del saber enseñar, es una decisión del profesor, y se da en un proceso de comunicación. Por tanto el éxito, va depender de una situación comunicativa fuerte y de la preparación científica del profesor.

La transformación del Saber Institucionalizado en un Saber a enseñar, o transposición didáctica, no puede ignorar el sentido que tiene el desarrollo de la matemática. Si el profesor, carece de un cierto grado de elección crítica al interior de la ciencia que pretende enseñar, y considera que aquello que aprendió es inmutable, eterno e indiscutible, entonces no está en condiciones de efectuar una transposición didáctica. Sólo se puede comunicar, aquello que se ha construido, aquello que es parte de la experiencia personal vivida, y por tanto personalizada. La matemática, al igual que cualquier otra ciencia, no es una sucesión de resultados secuenciales obtenidos al interior de una teoría, frecuentemente, este tipo de presentación sólo corresponde a la versión final de un desarrollo en el que se han superado dificultades.

Brousseau (1986) afirma que es precisamente el carácter impersonal y a-temporal, este querer esconder la rica historia del esfuerzo y de las dificultades que los seres humanos han encontrado en la construcción de la matemática tal y como la conocemos hoy; la causa de una inadecuada concepción sobre la matemática; pues, el estudiante que ve en la matemática sólo los resultados finales, limpios y cristalinos, libres de toda fatiga y de toda discusión, ordenados, obtenidos aparentemente como consecuencia de una deducción axiomática que parece caída del cielo, es inducido a pensar que la matemática es así por naturaleza; además, si este estudiante es un futuro profesor de matemática, llevará con sí, en su historia profesional, esta concepción equivocada de la disciplina.

Esta concepción, elaborada por Brousseau, el creador de la moderna Didáctica de la Matemática, está inspirada por las ideas de Bachellard (1951) quién, además es considerado por muchos como el propulsor de la idea de concebir el error en la ciencia como algo que tiene un valor intrínseco, así pues, las verdades científicas, no serían otra cosa que “teorías de errores rectificadas”. Entonces los conceptos matemáticos, y los conceptos científicos, en general, poseen una historia y una epistemología. Así mismo, su aprendizaje tiene su propia historia y su propia epistemología. Aprender matemática, no sólo es, entonces, aprender su versión final, ordenada en un sistema axiomático.

Bachellard (1972, p. 14) sostiene que “En fait, on connaît *contre* une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites, en surmontant ce qui, dans l'esprit même, fait obstacle à la spiritualisation”. (*En efecto, se conoce contra un conocimiento anterior, destruyendo los conocimientos mal hechos, superando aquello que, en el propio espíritu hace obstáculo a la espiritualización*). Entonces, de lo que se trata es captar la lógica del error para construir luego la lógica del descubrimiento de la verdad como polémica contra el error y así sucesiva y permanentemente con las nuevas, propensas e inestables verdades (siempre relativas y plausibles de devenir en errores).

En síntesis, según la Teoría de la Transposición Didáctica de Chevallard, el trabajo del profesor consiste en realizar para sus alumnos el proceso inverso al que realiza el matemático; su labor será buscar el o los problemas de donde surgió el saber sabio con el fin de recontextualizarlo, creando situaciones para adaptar estos problemas a la realidad de sus alumnos, de modo que ellos los acepten como “sus problemas”, es decir repersonalizarlos y luego de un trabajo personal y grupal con situaciones de comunicación los integren al cuerpo teórico conocido, emulando ellos al matemático en su nueva descontextualización y despersonalización.

## 2. Vigilancia epistemológica

Paralelo al concepto de transposición didáctica, surge la necesidad de efectuar una acción examinadora, a la que se denomina *vigilancia epistemológica*, cuyo objetivo es la de tratar de medir la distancia que existe entre el saber institucionalizado y el saber a enseñar producida por la transposición didáctica, es decir, controlar que el saber que se enseña en las escuelas no se desvíe en lo sustancial del saber erudito o científico. Así pues, el rol primordial de la vigilancia epistemológica, consiste en revisar la versión didáctica para que ésta, en lo sustancial posea la misma estructura que el saber académico, aunque sus modos de representación semiótica sean diferentes.

Entonces, la vigilancia epistemológica trata de evitar las deformaciones producidas por la transposición didáctica y garantizar la calidad de la enseñanza. Esta vigilancia epistemológica debe ser efectuada permanentemente por los propios docentes o por diversos agentes del sistema (inspección educativa, organizaciones científicas, colegios profesionales... etc.). El ejercicio de la vigilancia epistemológica debe ser constante y tendiente a subordinar uso de técnicas y conceptos a un examen continuo sobre las condiciones y los límites de su validez.

Pues, si la transposición didáctica trata de la transformación de los conocimientos científicos en objetos a enseñar, y que ésta está a cargo de los docentes, entonces la transposición didáctica tiene una estrecha relación con la preparación académica de los encargados de la comunicación matemática en el interior de las escuelas. Si la formación académica no es muy fuerte, es probable que la transposición didáctica, muchas veces sea entendida como proceso de vulgarización de los conocimientos, o como, se expresa en lenguaje de los docentes: “la transposición didáctica” consiste en la transformación de los saberes académicos en una versión que sea más fácil de ser entendida por los alumnos. Se supone que el término “fácil” es transparente, conocido y aceptado por todos.

La vigilancia epistemológica implica no aferrarse a una obediencia incondicional con la tradición y la tiranía

de los textos, con una sobrecarga de ejercicios algorítmicos, antes bien es preciso reconocer que existen conceptos, procedimientos y métodos que evolucionan a lo largo de una situación didáctica y que constituyen las condiciones que proporciona el sentido del conocimiento, por tanto, la versión final que proporcionan los textos no son el punto de partida, sino los puntos de llegada a los que se debe arribar después de un trabajo serio en la que el rol de los estudiantes es el de seres epistémicos, que hacen ciencia y no que la aprenden memorísticamente sin sentido. Según Stewart (2005, p. 14) el objetivo de las matemáticas no son los cálculos sino los conceptos, y luego añade: “lo que hace falta son *nociones*, no *notaciones*. Los cálculos son simplemente un medio para llegar a un fin”

Evitar la vigilancia epistemológica se produce cuando el científico sobredimensiona su pertenencia particular a un marco teórico con respecto a la disciplina en la cual éste se inserta y se traduce como el uso abusivo de los algoritmos de la metodología, así como también el uso de instrumentos y apoyos sin verificar con antelación las condiciones bajo las cuales éstos se aplican. La resolución de numerosos problemas de aplicación y de ejercicios tipo, no garantiza la formación del sentido de un conocimiento y sólo produce fatiga intelectual y una pésima percepción de la naturaleza de una ciencia. Finalmente, la vigilancia epistemológica se vincula con la capacidad de traspasar conceptos y métodos a otros trabajos de investigación, con el objetivo de que al ser arrancados de su contexto original, puedan adquirir nuevos y correctos usos.

En los libros de textos, que frecuentemente sirven de referencia didáctica a muchos profesores, la tradición y la falta de vigilancia epistemológica pueden llegar a conservar un dogma, momificando conceptos y no posibilitando su constante renovación, entonces la conceptualización y su sentido es reemplazado, por así decirlo, por un trabajo casi religioso, poniendo en riesgo la no difusión de teorías contrarias o de cambios que se hayan suscitado y que sean pertinentes, en la hora actual.

La vigilancia epistemológica, en este sentido, permite la renovación y actualización de los contenidos científicos. Además, la vigilancia epistemológica, también tiene que ver con la coherencia teórica que debe guardar los conceptos con su marco teórico. No puede existir una definición, por ejemplo, que no guarde coherencia con su algoritmo. (Ver, a manera de ejemplo, definición de mínimo común múltiplo: “el menor múltiplo común a dos números enteros dados”; sin embargo, en el algoritmo para calcularlo, no se utiliza el concepto de múltiplo sino de divisor: “se toman todos los divisores comunes y no comunes afectados de su mayor exponente”). Una mala transposición didáctica seguida de una ausencia de vigilancia epistemológica puede conducir a una *deformación del objeto de enseñanza*, lo que produce un falso objeto de enseñanza, o puede conducirnos a lo que se denomina, *efecto de deslizamiento metacognitivo*.

### 3. Un ejemplo: Seno y coseno de un ángulo

Muchos textos definen al seno, como la razón entre el cateto opuesto a la hipotenusa en un triángulo rectángulo. Así mismo, el coseno en un triángulo rectángulo como la razón entre el cateto adyacente y la hipotenusa. Surge inmediatamente, la pregunta, ¿existe el seno y el coseno de un ángulo de  $135^\circ$ ? Al tenor de la definición: NO. Porque simplemente, no puede haber un triángulo rectángulo uno de cuyos ángulos sea  $135^\circ$ , puesto que sería contrario a la verdad del teorema que afirma que la suma de los tres ángulos internos de un triángulo es igual a dos rectos.

Sin embargo, en nuestro medio apegado a la tradición, esa es la forma en la que se define el seno y el coseno de un ángulo en todos los textos de matemática para el ámbito escolar.

¿No existe otra manera de definirlos para evitar estos problemas? La primera solución, es restringir la definición a ángulos menores a un recto, y luego cambiar de modelo para ángulos mayores a un recto.

Solución, adoptada por la tiranía de los textos.

Sin embargo, hace ya bastante tiempo que para el saber académico, esto se ha superado, de la manera siguiente:

#### Coseno de un ángulo $\theta$

Sea  $R$  una rotación de ángulo  $\theta$ , con relación a una base ortonormal, la matriz de la forma  $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$  con  $a^2 + b^2 = 1$ . El real  $a$ , independientemente de la base ortonormal, se llama coseno del ángulo  $\theta$  y se denota por  $\cos \theta$ . Así mismo,

### Seno de un ángulo $\theta$

Sea  $R$  una rotación de ángulo  $\theta$ , con relación a una base ortonormal, la matriz de la forma  $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$  con  $a^2 + b^2 = 1$ . El real  $b$ , independientemente de la base ortonormal, se llama seno del ángulo  $\theta$  y se denota por  $\text{sen } \theta$ .

Estas definiciones sirven para cualquier ángulo, incluso aquellas que son mayores de una vuelta completa. Además puede esclarecer, los conceptos de ángulo agudo, obtuso, recto, llano y nulo; sin las ambigüedades a las que se recurre en los actuales textos. Ángulo agudo es el ángulo cuyo coseno es estrictamente positivo. Ángulo obtuso es el ángulo cuyo coseno es estrictamente negativo. Ángulo recto es el ángulo cuyo coseno es cero. Ángulo llano es el ángulo cuyo coseno es  $-1$  y ángulo nulo es el ángulo cuyo coseno es  $1$ . De esta manera no importa si el ángulo, que es un ente vectorial, sea positivo o negativo. Por falta de vigilancia epistemológica, en los textos escolares, en la actualidad se viene enseñando conceptos fosilizados; y para ser coherentes con el marco teórico pertinente, de ésta manera fácilmente, en forma algebraica se obtienen todas las fórmulas de las funciones trigonométrica de los denominados ángulos compuestos.

Claro está, que para definir de esta manera hay necesidad de elaborar una nueva transposición didáctica de manera que el cálculo de matrices sea requisito para las definiciones de las denominadas funciones trigonométricas.

Otro objeto de enseñanza erróneo es el concepto de ángulo, pues si esta se considera como la intersección de dos semiplanos, entonces se trata de un sector angular y no de un ángulo. Un sector angular es una porción del plano y por tanto tiene superficie y si se pudiera medir, se mediría con unidades cuadradas como corresponde a esa magnitud; pero un ángulo se mide en grados, por tanto, se trata de una rotación de un rayo. Al no someter estos conceptos a una vigilancia epistemológica, se produce una confusión entre ángulo, medida de un ángulo y sector angular.

## 4. Conclusión

No toda transposición didáctica es pertinente, si antes no es sometida a una vigilancia epistemológica, cuyo principal objetivo es velar porque el objeto de enseñanza en su versión didáctica, en lo substancial no pierda la estructura del objeto matemático del saber institucionalizado. Evitar la vigilancia epistemológica, puede conducir a una deformación del objeto matemático o incluso a que lo que es el objeto de enseñanza no sea el objeto matemático sino un nuevo objeto producto de un deslizamiento cognitivo, es decir que lo que se está enseñando sea diferente o ajeno a la matemática misma.

La transposición didáctica supone un rehacer la matemática que debe ser enseñada y la vigilancia epistemológica se ocupa de que el saber a ser enseñado sea estructuralmente isomorfo con el saber sabio.

### Referencias bibliográficas:

- D'Amore B. (2007). El papel de la Epistemología en la formación de profesores de Matemática de la escuela secundaria. Cuadernos del Seminario en educación, n. 8. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Bachelard, G. (1972). La formation de l'espritscientifique. Paris, Francia: Librairie Philosophique J. Vrin.
- Chevallard, Y. (2009). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. 3ra. Edición. 3ra. Reimpresión. Buenos Aires, Argentina: Aique.
- Stewart I. (2007). ¿Juega Dios a los dados?. La nueva matemática del caos. 2da. Edición. Barcelona: Crítica.