

## La evolución de la didáctica de la matemática

*Mg. Fabio A. Contreras Oré. Docente Principal de la UNCP*

*La ignorancia no es en modo alguno tan deplorable como el mucho saber bajo una mala dirección  
Platón*

### Abstract

This article treats offers, shortly, the development of Didactics of Mathematics. In the years 70s of 20th Century, in the Mathematics Research of teaching Institute (IREM), Guy Brousseau (Felix Klein 2003 Medal Award), French professor of University Bordeaux put a base of a new Educational Science : Mathematic Didactic or Fundamental Didactic, when he introduced in mathematics knowledge like primary purpose of investigation, enlargement the binary relationship teacher-student to third apex; following expansion is the source of several theories to explain and predict the didactics phenomenous that before it is not putting to establish, this researches have modified the psycho-cognitive paradigm of classical didactic and they have given birth to Fundamental Didactic like a new science.

**Keyword:** Fundamental Didactic.

### Resumen

El presente artículo ofrece, brevemente, la evolución de la Didáctica de la Matemática. En los años 70 del siglo XX en el Instituto de Investigación sobre la enseñanza de la Matemática (IREM), Guy Brousseau, (Medalla Félix Klein 2003), Profesor de la Universidad de Bordeaux-Francia comienza a sentar las bases de una nueva ciencia de la Educación: La didáctica de la Matemática o Didáctica Fundamental, al introducir al conocimiento matemático como objeto primario de investigación, ampliando la relación binaria clásica del enseñante-aprendiz con un tercer vértice, lo que ha dado origen a diversas teorías que explican y predicen fenómenos didácticos que antes ni siquiera se podían plantear; estas investigaciones han modificado el paradigma psico-cognitivo de la didáctica clásica y ha dado origen a la didáctica fundamental como ciencia.

**Palabra clave:** Didáctica Fundamental

## 1. Antecedentes

Ya en la década de los años 50 del siglo pasado, e incluso antes, el mundo estaba de acuerdo en que la enseñanza de las matemáticas era insatisfactoria. El nivel de los estudiantes en matemáticas era más bajo que en otras asignaturas. (Klein, 1976:21). Algunas Universidades de los Estados Unidos, tímidamente comienzan a reformar sus planes de estudios en matemática, con la intención de actualizarlos, respecto a los avances de las ciencias matemáticas y físicas, fundamentalmente.

Las mejoras de los planes de estudio se hace imperante a partir de los hechos sucedidos a partir del 4 de octubre de 1957, donde la ex Unión Soviética puso en órbita el Sputnik I y el 3 de noviembre del mismo año el Sputnik II tripulada con la perrita Laika, dando inicio a la denominada era espacial y también a una serie de movimientos de renovación en el mundo entero, respecto, a la educación científica, en general, y en particular a la educación matemática. En los años siguientes, como si se tratara de una fiebre revolucionaria, surgieron propuestas de nuevos programas de enseñanza científica, nace la "new maths" o "matemáticas modernas".

Los primeros cambios, en casi todo el mundo tienen como eje la renovación de los programas de enseñanza, (aunque tímidamente se hace uso de conocimientos de la psicología y otros) es decir, el eje de renovación gira alrededor de los contenidos de las ciencias; en muchos casos; en realidad en la mayoría de los casos, se

cometieron excesos, pues, muchos temas característicos de la enseñanza universitaria se pasaron a la educación primaria y secundaria. La década de los sesenta, se convirtió en un laboratorio; tal vez, con propuestas interesantes y con funcionarios bien intencionados y asesorados por profesionales de buen nivel académico; pero los profesores que trabajaban en aulas no estaban capacitados o no comprendían correctamente los nuevos contenidos. El proceso de enseñanza más utilizado era el de la clase magistral del profesor, seguido de una sobredosis de ejercitación. Una de las críticas más frecuentes a los planes de enseñanza tradicional es el que los alumnos aprendían a hacer las matemáticas en forma maquinal, es decir, memorizando y repitiendo procedimientos y demostraciones. Resultado: un fracaso. (Klein,1976:31).

Este movimiento de renovación de planes y programas de enseñanza, no puede considerarse como período de renovación didáctica; pero, si un movimiento precursor de la revolución de la didáctica de las matemáticas. Pues, lo didáctico, etimológicamente está relacionado con la “enseñanza”.

## 2. La Didáctica Precientífica

Sin lugar a dudas, el concepto de didáctica ha evolucionado a lo largo de la historia, desde su concepción como arte, hasta la época actual en la que se considera una ciencia de la educación, con objeto de estudio específico y una comunidad de científicos dedicados a la investigación, que ha dado lugar a un cuerpo de conocimientos propios.

En sus orígenes se le ha considerado como un arte. El profesor, es un artista, que modela artísticamente a los alumnos; por tanto, es difícil, sino imposible de ser analizada, controlada y de ser sometida a reglas que puedan explicar la relación profesor-alumno. La labor del profesor es la de modelar a los alumnos, según su voluntad y su capacidad y la capacidad de sus alumnos.

En esta etapa, la labor principal del docentes es la difundir la matemática, es decir, comunicar a los estudiantes los logros efectuados por otros, interiorizarlos y tratar de aplicarlos de la mejor manera, en el trayecto a hacerlos más fáciles o comprensibles se pueden utilizar materiales y objetos didácticos. En esta etapa, o etapa del manejo artístico del proceso de enseñanza, es todavía, la idea dominante en la cultura corriente y sigue siendo muy influyente en la cultura escolar actual. (Gascón, 1998).

## 3. La Didáctica Clásica

En la evolución, la didáctica comienza a identificar su objeto de estudio; tradicionalmente se ha considerado como objeto de estudio de la didáctica la relación que existe entre dos elementos: quién enseña y quién aprende. Si el énfasis se hace en el quién enseña, se prioriza el estudio de los métodos de comunicación, la base de conocimientos del profesor, etc., pero si el énfasis se hace en el quién aprende, se prioriza los enfoques del cómo se aprende, dando lugar a los enfoques constructivistas, socio-constructivistas, etc. En ambos casos, la responsabilidad de la comprensión de los fenómenos del aula corresponde a ciencias externas a la pedagogía, fundamentalmente la psicología y a las ciencias cognitivas; pero a su vez un se nota un ausentismo del rol que desempeña el contenido a ser enseñado. De una visión mágica de la primera forma de la enseñanza se pasa a una concepción del aprendizaje como una proceso psico-cognitivo influenciado poderosamente por factores motivacionales, afectivos y sociales.

A finales de la década de los 60, y bajo la influencia de los trabajos de IvanPavlov y B.F.Skinner, (el condicionamiento clásico y el condicionamiento operante), la renovación apunta a los procesos de enseñanza fundada en resultados de los avances del conductismo. Surge la Tecnología de la Educación y la Instrucción Programada. Los profesores comienzan a trabajar en función de logros de objetivos definidos por distintas taxonomías. Se ha efectuado un progreso, respecto a las prácticas anteriores. Un paso mucho más atrevido se produce cuando los procesos educativos de basan en las propuestas psico-cognitivas de Jean Piaget, Lev S.Vigotsky, Jerome Bruner, David Ausubel y otros.

El saber didáctico se convierte en un saber técnico, en el sentido de la aplicación de otros saberes más fundamentales que son importados de otras ciencias, por lo que la didáctica de la matemática puede considerarse como un conjunto de saberes normativos pero no explicativos; su objetivo principal es el de proporcionar al pro-

fesor un conjunto de recursos técnicos para llevar a cabo su quehacer de la mejor manera posible. (Chevallard, 1997). De esta manera La Psicología Educativa se convierte en el fundamento científico de los hechos didácticos.

Como ya se ha dicho, en la didáctica clásica, se puede distinguir dos enfoques:

- a) Un primer enfoque, centrado en el pensamiento del alumno, bajo la influencia de los trabajos de David Ausubel en 1968 sobre “el aprendizaje significativo” que, poco a poco llevaron a pensar en el “aprendizaje específicamente matemático”, donde el objetivo básico es el conocimiento matemático del alumno y su evolución.
- b) Un segundo enfoque, centrado en el pensamiento del profesor y su formación profesional docente, de cómo influye sus preconcepciones y errores conceptuales en el aprendizaje de los alumnos. Se sigue considerando a la didáctica de la matemática como un saber técnico, pero ahora fundamentada por la psicología educativa, la historia de la matemática, la epistemología de la matemática, la pedagogía y la sociología.

## 4. La Didáctica Fundamental

Pese, a que lo didáctico se refiere a la enseñanza y el aprendizaje significativo ha evolucionado hacia al aprendizaje específicamente matemático, en el enfoque clásico no se considera como objeto de estudio las nociones de “enseñar matemáticas” o “aprender matemáticas”. Estas nociones son consideradas como algo que está totalmente claro o transparente para todos o que son nociones ya construidas en otras disciplinas.

Históricamente, la didáctica fundamental hace su aparición en la década de los 70, cuando Guy Brousseau hace las primeras formulaciones de la Teoría de Situaciones Didácticas donde se considera por primera vez la necesidad para la didáctica de utilizar un modelo propio de la actividad matemática, así pues, el objetivo fundamental de la didáctica es el de definir un “conocimiento matemático”, mediante una “situación” tal que ésta situación produzca “situaciones a-didácticas” en los alumnos que permitan engendrar una buena representación del conocimiento. Tenemos así que, en la teoría de situaciones, la actividad matemática escolar se modeliza a partir de una situación, entonces ya se puede definir el aprender un conocimiento matemático. (Brousseau, 1972).

Aunque G. Brousseau aceptó inicialmente la idea de J. Piaget de que la construcción del conocimiento se lleva a cabo mediante asimilaciones y acomodaciones al medio, manifestó luego su desacuerdo en que tal proceso se realiza en forma natural o espontánea, corriendo el riesgo de que los profesores asuman toda la responsabilidad didáctica, lo que conduciría a un nuevo empirismo. Por esta razón, Brousseau considera que una buena situación didáctica, es aquella que produce una situación a-didáctica donde los estudiantes hagan funcionar el conocimiento en sus diferentes relaciones con el medio a-didáctico y de esta manera los estudiantes asumen la responsabilidad de su aprendizaje, se produce “la devolución”.

De esta forma, la didáctica de la matemática no se encierra en el interior de la epistemología de la matemática, entendida como el estudio de la génesis y la estructura del conocimiento matemático, sino que se abre a la posibilidad de estudiar al sujeto que está aprendiendo al interior de su propia actividad, más concretamente al interior de la actividad matemática escolar, surge la epistemología experimental o epistemología del aprendizaje de la matemática, como objeto primario de la investigación en didáctica de la matemática.

Pues, considerar al saber didáctico como un saber técnico aplicativo de otras disciplinas externas, es limitar e incluso renunciar a la ambición de construir a la didáctica de la matemáticas como una disciplina científica.

La incorporación del conocimiento matemático como objeto de estudio de la didáctica de la matemática, ha provocado muchos cambios importantes y una ampliación de su problemática ha conducido a Yves Chevallard a proponer a la didáctica de la matemática como la ciencia que trata el “proceso de estudio” como objeto primario de la investigación didáctica, pasando el “proceso de enseñanza” y el “proceso de aprendizaje” a convertirse en objetos secundarios, aunque no por ello menos importantes. Si la didáctica es la ciencia que trata el “proceso de estudio”, “el proceso de enseñanza” es sólo uno de los varios subprocesos, del proceso de estudio. (Chevallard, 1997)

Respecto al sujeto del proceso didáctico ha habido también una evolución: del sujeto-aprendiz de la didáctica pre científica se ha progresado al sujeto-cognitivo de la didáctica clásica y de éste al sujeto-epistémico de la didáctica fundamental.

De esta forma, no sólo es posible empezar a abordar cuestiones que antes no se podían ni siquiera plantearlas, sino que, se pone de manifiesto que todo fenómeno didáctico, tiene un componente matemático esencial. Bajo esta concepción, profesores de algunas ciencias fuertes, como la Física y la Química, han iniciado o están direccionando la investigación hacia las didácticas fundamentales de sus respectivas ciencias.

La teoría de situaciones didácticas, que prioriza la relación asimétrica profesor-alumno del triángulo de la didáctica, ha dado origen a la Ingeniería Didáctica de Michèle Artigue y Régine Douady, ésta última manifestó en la conferencia del Congreso PME 11 titulada "La ingeniería didáctica, un instrumento privilegiado para tener en cuenta la complejidad de la clase" (Douady, 1987), que los objetivos de una investigación de ingeniería didáctica pueden ser diversos y distingue por ejemplo las investigaciones que abordan el estudio de los procesos de aprendizaje de un concepto determinado y en particular la elaboración de génesis artificiales para un concepto determinado, de aquellas que no se ciñen a los contenidos, así su sustento sea la enseñanza de un dominio preciso.

Si en el triángulo de la didáctica se prioriza el par saber-profesor, se produce la teoría de la transposición didáctica, el cual se refiere a la adaptación del conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento para ser enseñado, lo que muestra la relatividad del saber a la institución en que se presenta, la primera instancia de la transposición didáctica se concretiza en el currículo, la siguiente instancia de la transposición didáctica se produce cuando los profesores transforman el saber considerado en el currículo en un saber a enseñar, en estas transformaciones pueden sufrir alteraciones y deformaciones. (Chevallard, 1985)

Pues, la actividad matemática escolar no está aislada, sino que se integra dentro de las actividades matemáticas institucionales, los que ahora pasan a constituirse en el objeto primario de las investigaciones didácticas. Esta es la perspectiva antropológica, desde esta perspectiva la didáctica de la matemática sería el estudio de hombre -las sociedades humanas- aprendiendo y enseñando matemática. Plantea que el objeto principal de estudio de la didáctica de la matemática está constituido por los diferentes tipos de sistemas didácticos -formados por los subsistemas: docentes, alumnos y saber enseñado- que existan actualmente o que puedan ser creados, por ejemplo, mediante la organización de un tipo especial de enseñanza. (Chevallard, 1989)

El problema central de la didáctica es para Chevallard el estudio de la relación institucional con el saber, de sus condiciones y de sus efectos, considerando el conjunto de condicionantes cognitivos, culturales, sociales, inconscientes, fisiológicos del alumno, que juegan o pueden jugar un papel en la formación de su relación personal con el objeto de saber en cuestión.

"La organización de la enseñanza debe basarse más en lo que los estudiantes tienen en común que en lo que es particular a cada uno de ellos. Desde un punto de vista antropológico, el estudio y, con él, el aprendizaje son actividades que unen a los individuos" (Chevallard, 2000)

Si en el triángulo de la didáctica el énfasis se realiza en el par: saber-alumno se produce la denominada Teoría de los campos conceptuales elaborado por Gérard Vergnaud, director de investigación del Centro Nacional de Investigación Científica (CNRS) de Francia, discípulo de Piaget, quién amplía y redirecciona en su teoría, el foco piagetiano de las operaciones lógicas generales y de las estructuras generales del pensamiento, para el estudio del funcionamiento cognitivo del "sujeto-en situación". Además, a diferencia de Piaget, toma como referencia el propio contenido del conocimiento y el análisis conceptual del dominio de ese conocimiento (Vergnaud, 1994).

Los conceptos matemáticos se dotan de significado a partir de una variedad de situaciones; cada situación no puede ser analizada usualmente con la ayuda de un solo concepto sino que precisa varios de ellos. Esta es la razón que ha llevado a Vergnaud (1990) al estudio de la enseñanza y aprendizaje de campos conceptuales, esto es, grandes conjuntos de situaciones cuyo análisis y tratamiento requiere varios tipos de conceptos, procedimientos y representaciones simbólicas que están conectadas unas con otras. Como ejemplos de tales campos conceptuales pueden citarse las estructuras aditivas, estructuras multiplicativas, la lógica de clases y el álgebra elemental.

Para Vergnaud (1994), Piaget no se dio cuenta de cuánto el desarrollo cognitivo depende de situaciones y de

conceptualizaciones específicas necesarias para lidiar con ellas. Según él, Piaget tampoco percibió lo infructuoso que es intentar reducir la complejidad conceptual, progresivamente dominada por los niños, hacia algún tipo de complejidad lógica general. Vergnaud argumenta, que, no obstante Piaget tenga hecho un trabajo muy importante para la educación, él no trabajó dentro del aula enseñando matemáticas ni ciencias.

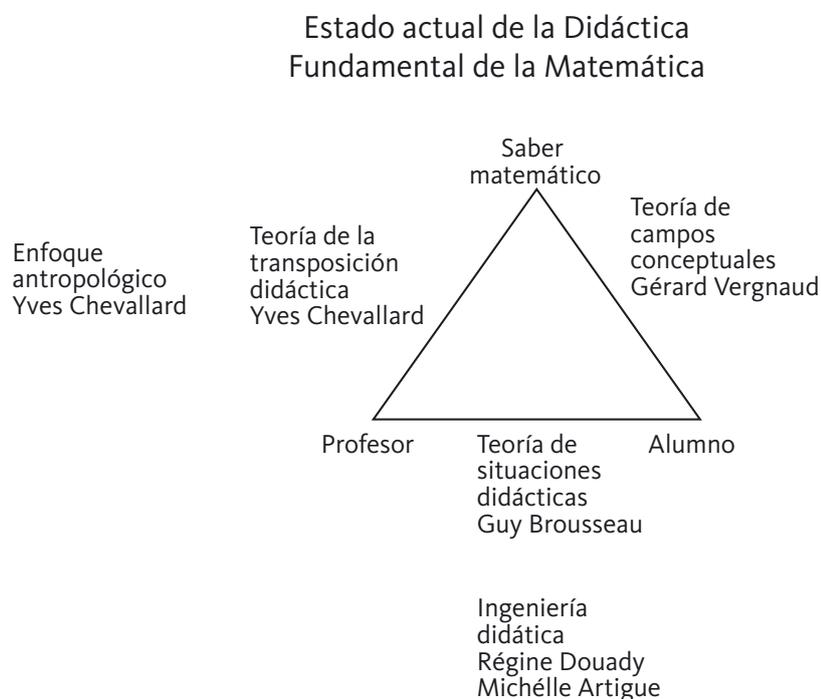
Como afirma Vergnaud (1990) la mayoría de los psicólogos interesados hoy por la Educación Matemática son en algún sentido constructivistas. Piensan que las competencias y concepciones son construidas por los propios estudiantes. Según Kilpatrick (1987), citado por Vergnaud, el punto de vista constructivista implica dos principios:

1. El conocimiento es construido activamente por el sujeto cuando realiza actividades específicas para conocer, no es recibido pasivamente del entorno.
2. Llegar a conocer es un proceso adaptativo que organiza el propio mundo experiencial; no se descubre un mundo independiente, preexistente, exterior a la mente del sujeto.

De ésta manera un concepto se presenta a un individuo activo varias veces y en múltiples formas, en sus inicios como esquemas mentales elementales o esquemas mentales asociados a intuiciones y por sucesivas asimilaciones y acomodaciones, de percepciones y representaciones, se transforma en concepto significativo.

Vergnaud(1998)reconoce igualmente que su teoría de los campos conceptuales fue desarrollada también a partir del legado Vigotsky. Eso se percibe, por ejemplo, en la importancia atribuida a la interacción social, al lenguaje y a la simbolización en el progresivo dominio de un campo conceptual por los alumnos. Para el profesor, la tarea más difícil es la de proveer oportunidades a los alumnos para que desarrollen sus esquemas en la zona de desarrollo próximo.

El siguiente gráfico, muestra un resumen del estado actual de la didáctica de la matemática.



Referencias bibliográficas:

- Baruk, S. (1977). *Fabriceoul'école des mathématiques*. Paris, Francia: Éditions de Seuil.
- \_\_\_\_\_. (1985). *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*. Paris, Francia: Éditions de Seuil.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas*. Argentina: Libros del Zorzal.
- \_\_\_\_\_. (1972). *Processus de mathématisation en La mathématique a l'école élémentaire*. Association des professeurs des mathématiques de l'enseignement public. Paris, Francia.
- Chevallard, Y. (1991) *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Argentina: Aique.
- Chevallard, Y.; Bosch M. y Gascón J. (2000). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. (Segunda Edición). Barcelona, España: Editorial Horsori. Cuadernos de Educación.
- D'amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá, Colombia: Editorial Didácticas Magisterio.
- Gascón, J. (1998). *Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*. Barcelona, España: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 18/1, nº 52.
- Godino, Juan D. (2010). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*. <http://www.ugr.es/local/jgodino>
- Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna*. Madrid, España: Siglo veintiuno de España editores.