

## Desarrollo de modelos matemáticos que permitan predecir el rendimiento de madera aserrada a partir de parámetros dendrométricos de árboles en pie de *Pinus tropicalis* Morelet en la Empresa Agro Forestal Macurije, Pinar del Río

Development of mathematical models for predicting the lumber recovery factory from dendrometric parameters of *Pinus tropicalis* Morelet trees in Agro Forest Enterprise Macurije, Pinar del Río

Daniel Alvarez Lazo<sup>1</sup>; Joaquín Alaejos<sup>2</sup>, Andrade Fernando Egas<sup>3</sup>, Ayessa Lekonzor<sup>4</sup>, Anderson Pacheco<sup>5</sup>, Ignacio Estévez<sup>6</sup>.

<sup>1</sup>Universidad de Pinar del Río, Cuba; <sup>2</sup>Universidad de Huelva, España; <sup>3</sup>Universidad Eduardo Modlane, Mozambique; <sup>4</sup>Universidad Mariem NGouabi, Congo; <sup>5</sup>Ministerio de la Agricultura, Pinar del Río, Cuba, <sup>6</sup>Universidad Nacional de Ecuador, Ecuador.

E-mail: daniel@upr.edu.cu

### RESUMEN

El rendimiento de la madera aserrada es hoy en día uno de los principales problemas que afecta a la industria forestal en nuestro país, sobre todo cuando esta se asocia con los parámetros dendrométricos. La investigación fue realizada en dos locales diferentes, en el patio y en el área de secado de madera del Aserradero Combate de las Tenerías y en el área donde se realizaba la tala de los árboles pertenecientes a la Empresa Forestal Integral Macurijes. El objetivo de estudio se enfocó, en diseñar procedimientos matemáticos que permitan predecir la producción de madera aserrada en el aserradero Combate de las Tenerías, a partir de las variables dendrométricas de los árboles de *Pinus tropicalis* Morelet en pie. El método empleado fue tomar al azar 170 trozas del patio del aserradero, a las cuales se les realizó la medición de diámetro y longitud, se les determinó y midieron seis defectos específicos: conicidad, ovalidad, excentricidad, rajadura o fenda, nudos y curvatura, excepto a los nudos los cuales fueron contados a simple vista. En el área de tala se tomaron 100 árboles al azar a los se le midió la altura total, la altura a la primera rama, la altura de copa, el diámetro a 1.30 m y el diámetro de copa. Posteriormente se calcularon las variables dendrométricas para la obtención del modelo más factible para la predicción de la madera aserrada, se evaluaron los modelos utilizando el análisis de elasticidad.

### ABSTRACT

The yield of the sawed wood is nowadays the main problem that affects the forest industry in our country, mainly when it is associated with the dendrometric parameters. The investigation was carried out in two different locals, in the patio and in the area of wooden drying of the Combate of the Tenerías Sawmill and in the area where it was carried out the pruning of the trees belonging to the Integral Forest Company Macurijes. The study objective was focused in designing mathematical procedures that allow us to predict the lumber production in the Combate of the Tenerías Sawmill, starting from the dendrometric variable of the *Pinus tropicalis* Morelet trees which are standing up. The used method was to take 170 logs of the patio of the sawmill at random, to which are carried out the diameter and longitude mensuration, they are determined and they measured six specific defects: taper, ovality, eccentricity crack or fenda, knots and curved log, except to the knots which were counted at first sight. In the pruning area they took 100 trees at random to which are measured total height, height to the first branch, top height, diameter to 1.30 m and the top diameter. Dendrometrics parameter were calculated for the obtaining of the most feasible pattern for the prediction of the sawed wood, the models were evaluated using the analysis of elasticity.

### Palabras clave | Key words:

aserrío, madera, troza, eficiencia, aserrío, estadística.  
sawmill, wood, log, efficiency, statistic.

## Introducción

Los aserraderos son industrias de primera transformación de la madera; proveen de productos semi-acabados que generalmente son destinados a una industria de segunda transformación (carpintería, ebanistería y construcción) encargada de fabricar objetos o partes de objetos de consumo (Leckoundzou, 2011).

La industria forestal cubana está formada por la industria de transformación primaria y secundaria de la madera y de transformación química de la madera y productos forestales no maderables (Levsque, 2009; Leckoundzou, 2011). A fines del siglo XIX y principios del XX se instalaron muchos aserraderos de segunda mano comprados en el sur de los Estados Unidos y en algunas Islas del Caribe, los cuales aún tienen una representación significativa en la industria nacional. En los últimos 20 años se han instalado aserraderos de tecnología relativamente moderna que hoy producen cerca del 40% de la madera aserrada del país.

Hoy en día en el país se pueden encontrar dos tipos de aserraderos, las instalaciones fijas y las instalaciones móviles (Álvarez, García, Domínguez, Rodríguez, & Alaejos, 2010). Por lo que esta investigación tiene como objetivo diseñar procedimientos matemáticos que nos permitan predecir la producción de madera aserrada en el aserradero Combate de las Tenerías, a partir de las variables dendrométricas de los árboles de *Pinus tropicalis* en pie.

## Método

### Ubicación del área de trabajo

La Empresa Agro Forestal Macurije está ubicada en la región más occidental de la provincia de Pinar del Río, abarcando partes de los territorios de los municipios Guane y Mantua (Figura. 1).

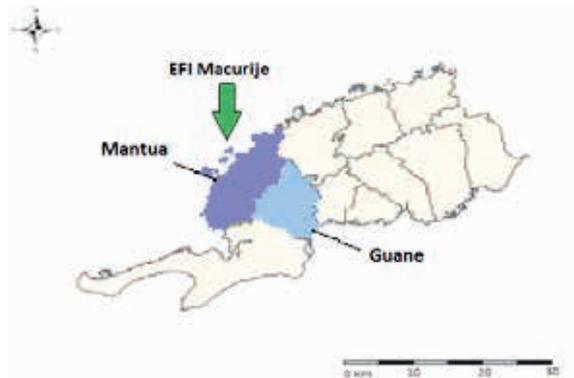


Figura 1. Ubicación geográfica de la EFI Macurije.

Sus límites geográficos son los siguientes: al Noreste con el municipio Minas de Matahambre (Empresa Agro Forestal Minas de Matahambre) y con el litoral costero desde la Ensenada de Baja hasta la Ensenada de Garnacha; al Este con el municipio San Juan y Martínez (Empresa Agro Forestal Pinar del Río); al Sur con el municipio Sandino (Empresa Agro Forestal Guanahacabibes) y al Sureste con el litoral del Golfo de México comprendido entre las desembocaduras de los ríos Cuyaguaje y Puercos.

### Análisis de la Influencia de la posición de la troza en el árbol sobre los rendimientos de madera aserrada

De acuerdo con Moberg y Nordmark (2006), se asume que los rendimientos en valores de la madera aserrada están influenciados por la calidad de la materia prima utilizada, en este caso, trozas obtenidas a partir de árboles individuales. Para obtener el rendimiento en porcentaje se empleó la relación siguiente (Álvarez et al., 2010, 2010; Dobner., Rioyei y Pereira, 2012)

$$R_v = \left( \frac{V_{ma}}{V_t} \right) * 100$$

Dónde:  $R_v$  - Rendimiento volumétrico total, %;  $V_{ma}$  - Volumen de madera aserrada,  $m^3$ ;  $V_t$  - Volumen de madera en trozas,  $m^3$

El volumen de madera aserrada total en cada troza en los aserraderos, se determina sobre la base de las mediciones lineales obtenidas de madera aserrada de acuerdo con las expresiones que se exponen a continuación.

$$Vma = \sum_{i=1}^n (a_i * g_i * l_i)$$

Dónde:  $Vma$  - Volumen de madera aserrada de una troza,  $m^3$ ;  $a_i, g_i, l_i$ , - ancho grueso y longitud de la pieza  $i$  obtenida de una troza o grupo de troza,  $m$ ;  $n$ - Número de piezas aserradas de una troza

El cómputo del volumen en bruto de cada troza se efectuó a través del método propuesto por Rodríguez (2007), citado por Ortiz, Martínez, Vázquez y Juárez (2016).

### **Modelación matemática de la influencia de los parámetros dendrométricos de los árboles en pie de *Pinus tropicalis* Morelet, sobre los rendimientos de madera aserrada**

Para la obtención de estos modelos ante todo fue necesario realizar la toma de datos en el área donde se estaba efectuando en ese momento la extracción de madera destinada para el aserradero es decir el área de tala, en el cual se tomaron 100 árboles al azar midiéndole el  $d_{1.30}$  m, el diámetro de copa, la altura total, la altura a la primera rama y altura de la copa, datos estos que después se procesaron programa Microsoft Excel en donde se determinó el área basal por árboles, el volumen de madera en pie por árboles, el volumen de madera aserrada por árboles, el volumen total por árboles y el rendimiento por árboles.

Para el ajuste de los modelos de estimación del rendimiento de la madera aserrada se empleó la regresión lineal simple, seleccionando los modelos que se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} Rend &= b_0 + b_1 * d_{(1.30)} + b_2 * dc + b_3 * ht - b_4 * hpr - b_5 * hc - b_6 * Con \\ Rend &= b_0 + b_1 * dd_{(1.30)} + b_2 * dc - b_3 * ht \\ Rend &= b_0 + b_1 * d_{(1.30)} + b_2 * dc - b_3 * ht - b_4 * Con \end{aligned}$$

Como variables independientes se utilizaron diámetros a la altura de 1.30 m ( $d_{1.30}$ ); el diámetro de copa ( $dc$ ); la altura total ( $ht$ ); la altura a la primera rama ( $hpr$ ); la altura de copa ( $hc$ ) y la conicidad ( $Con$ ) y se utilizó como variable dependiente el rendimiento de la madera aserrada ( $Rend$ ).

### **Modelo de evaluación utilizando el análisis de elasticidad**

Los rendimientos en valores de la madera aserrada a partir de árboles individuales se cuantificaran en función del diámetro a 1.30 m, el diámetro de la rabiza del árbol, la altura total del árbol, la altura de la primera rama del árbol, la altura de la copa del árbol y la conicidad del fuste; por lo que se tiene la siguiente expresión:

$$R_f = f(d_{1.30}, dc, ht, hpr, hc, Con)$$

Donde:

$R_f$ - Representa los valores del rendimiento de la madera aserrada a partir de un árbol;  $d_{1.30}$  – Diámetro a 1.30m, (cm);  $dc$  - Diámetro de copa del árbol, (cm);  $ht$  - Altura total del árbol, (m);  $hpr$  - Altura a la primera rama del árbol, (m);  $hc$  - Altura de la copa del árbol, (m);  $Con$ - Conicidad del fuste, (cm/m).

Según Leckoundzou (2011), las elasticidades de las salidas se determinaron de las siguientes maneras:

Para  $d_{1.30}$  m

$$E(Rend, d_{1,30}) = (\partial Rend / \partial d_{1,30}) (d_{1,30} / Rend)$$

Para el diámetro de copa

$$E(Rend, dc) = (\partial Rend / \partial dc) (dc / Rend)$$

Para la altura total

$$E(Rend, ht) = (\partial Rend / \partial ht) (ht / Rend)$$

Para la altura a la primera rama

$$E(Rend, hpr) = (\partial Rend / \partial hpr) (hpr / Rend)$$

Para la altura de copa

$$E(Rend, hc) = (\partial Rend / \partial hc) (hc / Rend)$$

Para la conicidad

$$E(Rend, Con) = (\partial Rend / \partial Con) (Con / Rend)$$

## Resultados

### Influencia de la posición de la troza en el árbol sobre los rendimientos de madera aserrada

En la Figura 2, se aprecia que los rendimientos de madera aserrada van decreciendo desde la base hasta la rabiza; lo cual es consecuencia directa del aumento de la conicidad por el decrecimiento de los diámetros con la altura; coincidiendo con los resultados obtenidos por Price, Wessel y Turner (2002).

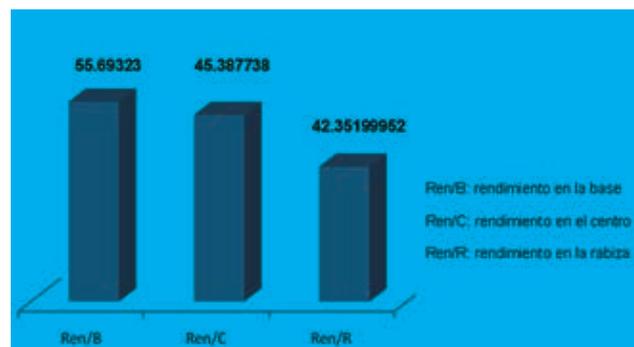


Figura 2. Frecuencia del rendimiento en diferentes posiciones del árbol.

Los resultados antes expuestos demuestran que el diámetro es una variable dendrométrica que presenta una relación directa con los rendimientos de madera aserrada coincidiendo entre otros autores con lo expresado por Alvarez, et al., (2010); lo cual se demuestra al realizar el análisis del comportamiento del diámetro en la sección longitudinal del árbol (Figura 3).

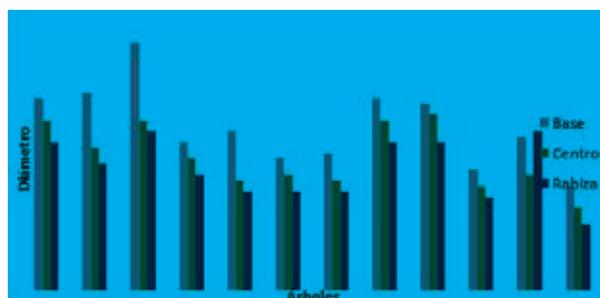


Figura 3. Comportamiento del diámetro de las trozas en dependencia de su posición en el árbol.

En la Figura 4, se corrobora la influencia del diámetro sobre el rendimiento de la madera aserrada en el aserrío Combate las Tenerías donde el aumento del diámetro genera un aumento del rendimiento de madera aserrada.

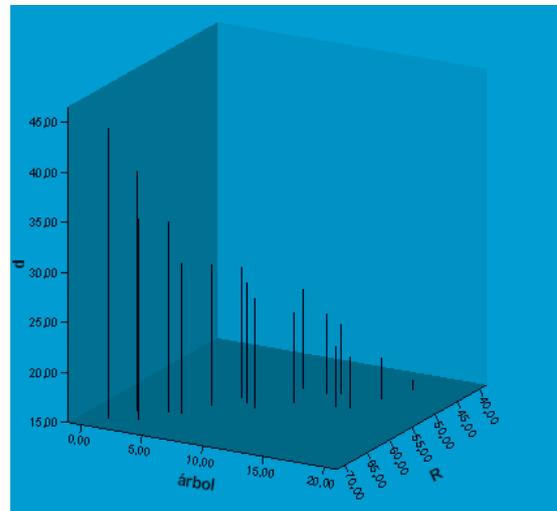


Figura 4. Comportamiento del diámetro sobre el rendimiento de madera aserrada.

## Discusión

Modelos para estimar el rendimiento de madera aserrada a partir de las variables dendrométricas. Para la obtención de los modelos matemáticos nos basamos en lo planteado por (Leckoundzou, 2011), en donde expreso que primero determino el grado de relación entre las variables empleadas en la estimación de los rendimientos de madera aserrada y se construyó la matriz de correlación que se muestra en la Tabla 1.

Como se aprecia en esta misma Tabla 1, las variables que poseen los mayores coeficientes de correlación con respecto al rendimiento madera aserrada son el diámetro a 1.30 m de altura, el diámetro de copa, la altura total y la altura a la primera rama.

Para la determinación de los modelos de regresión en la estimación del rendimiento de madera aserrada se partió de la correlación existente entre las variables medidas. Las regresiones lineales, comienza con la selección de las variables que se van a utilizar en el análisis. Dado que la regresión lineal muestra una relación de dependencia, se debe especificar qué variable se usa como dependiente y qué variables se usan como predictoras.

Tabla 1

Matriz de Correlación de Pearson.

		dc	Ht	hpr	hc	Con	Rend
d1.30	Correlación de Pearson	0.799**	0.821**	0.625**	0.388**	0.018	0.878**
	Sig. (bilateral)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.861	0.000
	N	100	100	100	100	100	100
Dc	Correlación de Pearson	1	0.728**	0.496**	0.426**	-0.378**	0.750**
	Sig. (bilateral)		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	N		100	100	100	100	100

Ht	Correlación de Pearson	1	0.769**	0.463**	-0.156	0.710**
	Sig. (bilateral)		0.000	0.000	0.121	0.000
	N		100	100	100	100
hpr	Correlación de Pearson		1	-0.209*	-0.020	0.506**
	Sig. (bilateral)			0.037	0.845	0.000
	N			100	100	100
Hc	Correlación de Pearson			1	-0.210*	0.381**
	Sig. (bilateral)				0.036	0.000
	N				100	100
Con	Correlación de Pearson				1	-0.053
	Sig. (bilateral)					0.599
	N					100
Rend	Correlación de Pearson					1

Donde: d (1.30)-diámetro a 1.30m de altura, dc-diámetro de copa, ht-altura total, hpr-altura a la primera rama, hc-altura de copa, Con-conicidad de la madera, Rend-Rendimiento de la madera aserrada.

Utilizando las variables independientes de mayor relación con la variable dependiente y de respuesta se obtuvieron ecuaciones de estimación del rendimiento de madera aserrada, los modelos comparados se observan en la Tabla 2, con sus respectivos coeficientes de correlación R, determinación ( $R^2$ ) y error estándar de estimación (S) (Leckoudzou, 2011).

Tabla 2

Modelos para determinar el rendimiento de la madera en árboles en pie.

Modelos de regresión	R	$R^2$	S
1 $Rend= 39.856+0.630_{d(1.30)} + 0.089_{dc}+ 2.228_{ht} - 2.33_{hpr} - 2.252_{hc} - 0.699_{Con}$	0.884	0.782	2.57524
2 $Rend= 39.811+0.600_{d(1.30)} + 0.132_{dc}-0.084_{ht}$	0.882	0.778	2.55790
3 $Rend= 40.341 + 0.632_{d(1.30)} + 0.094_{dc} - 0.099_{ht} - 0.818_{Con}$	0.883	0.779	2.56611

Las tres ecuaciones construidas para determinar el rendimiento de la madera aserrada tienen aceptables coeficientes de correlación, determinación, pero los errores típicos de la estimación son altos. Sin embargo el mejor comportamiento lo posee el modelo  $Rend=39.856+0.630_{d(1.30)} + 0.089_{dc}+2.228_{ht} - 2.334_{hpr} - 2.252_{hc} - 0.699_{Con}$  que tiene mejor ajuste de las variables independientes explican el 78% (Tabla 2).

#### Modelo de evaluación utilizando el análisis de elasticidad

Las relaciones derivadas de los modelos de regresión se pueden utilizar para caracterizar algunas propiedades entre las que se destacan las elasticidades y la interacción entre las variables dependientes e independientes (Leckoudzou, 2011).

La elasticidad de los resultados y la elasticidad de la escala se derivan de los modelos de función que asumen la primera derivada de los resultados en relación con las variables de entrada o predictoras.

La elasticidad de los resultados con respecto a las variables predictoras posibilita medir la contribución de cada

variable predictora sobre el valor de la variable predictiva. Esto se puede interpolar como el porcentaje de variación o cambio en función de 1 % de cambio en los niveles de salida.

En el modelo 1 de la tabla 2, que posee las seis variables independientes, explican el 78 % de la variabilidad total del rendimiento, donde se tiene un ejemplo de la cuantificación del impacto de un incremento de los valores de entrada (variables predictoras) sobre los valores de salida.

Las elasticidades de las salidas en el modelo  $Rend=39.856 + 0.630_{d(1.30)} + 0.089_{dc} + 2.228_{ht} - 2.334_{hpr} - 2.252_{hc} - 0.699_{Con}$  en el caso de madera aserrada se ilustran de la siguiente manera:

Para  $d_{1.30m}$

$$E(Rend, d_{1.30}) = \left( \frac{\partial Rend}{\partial d_{1.30}} \right) \left( \frac{d_{1.30}}{Rend} \right) = b_1 = 0.630$$

Para el diámetro de copa

$$E(Rend, dc) = \left( \frac{\partial Rend}{\partial dc} \right) \left( \frac{dc}{Rend} \right) = b_2 = 0.089$$

Para la altura total

$$E(Rend, ht) = \left( \frac{\partial Rend}{\partial ht} \right) \left( \frac{ht}{Rend} \right) = b_3 = 2.228$$

Para la altura a la primera rama

$$E(Rend, hpr) = \left( \frac{\partial Rend}{\partial hpr} \right) \left( \frac{hpr}{Rend} \right) = b_4 = -2.334$$

Para la altura de copa

$$E(Rend, hc) = \left( \frac{\partial Rend}{\partial hc} \right) \left( \frac{hc}{Rend} \right) = b_5 = -2.252$$

Para la conicidad

$$E(Rend, Con) = \left( \frac{\partial Rend}{\partial Con} \right) \left( \frac{Con}{Rend} \right) = b_6 = -0.699$$

La contribución de las variables predictoras sobre el rendimiento de la madera aserrada fue:

0.630 para  $d_{1.30m}$ , 0.089 para el diámetro copa, 2.228 para la altura total, -2.334 para la altura a la primera rama, -2.252 para la altura de la copa y -0.699 para la conicidad

Esto indica que la altura total, el diámetro de copa y el diámetro d1.30m son los factores de mayor significación e influencia sobre el volumen de madera aserrada producida, así como de los valores de la misma.

El valor de la elasticidad del d1.30m, diámetro de copa y altura total de los árboles son positivos indicando que el rendimiento en valor de la madera aserrada aumenta con estos factores.

Por otra parte la altura a la primera rama, la altura de la copa y la conicidad de los árboles tienen un efecto negativo sobre el valor de la madera aserrada, lo cual significa que el rendimiento en valor de la madera aserrada decrece cuando aumentan estos factores. El valor relativo de la madera aserrada tiene un incremento en función del d1.30m, el diámetro de copa y la altura total. Estos incrementos se determinaron como:

$$\left( \frac{\partial Rend}{Rend} \right) = 0.630 \left( \frac{\partial Rend}{\partial d_{1.30}} \right), \quad \left( \frac{\partial Rend}{Rend} \right) = 0.089 \left( \frac{\partial Rend}{\partial dc} \right)$$

$$\left( \frac{\partial Rend}{Rend} \right) = 2.228 \left( \frac{\partial Rend}{\partial ht} \right)$$

Esto indica que el aumento en 1 % del d1.30m puede ocasionar un incremento aproximadamente del 0.630 %, que el aumento en 1 % del diámetro de copa incrementa aproximadamente en 0.089 % y que el aumento en 1 % de la altura total incrementa aproximadamente en un 2.228 % del rendimiento en valor de la madera aserrada.

La altura de la primera rama, la altura de la copa y la conicidad tienen un efecto inverso:

$$\frac{\partial \text{Rend}}{\text{Rend}} = -2.334 \left( \frac{\partial \text{Rend}}{\partial \text{hpr}} \right), \quad \frac{\partial \text{Rend}}{\text{Rend}} = -2.252 \left( \frac{\partial \text{Rend}}{\partial \text{hc}} \right)$$

$$\frac{\partial \text{Rend}}{\text{Rend}} = -0,699 \left( \frac{\partial \text{Rend}}{\partial \text{Con}} \right)$$

Lo cual establece que el aumento en 1 % de la altura a la primera rama provoca un efecto negativo o reducción del valor de los rendimientos en valores de la madera aserrada en -2.334 %, el aumento en 1 % de la altura de la copa provoca una reducción en -2.252 % y el aumento en 1 % de la conicidad provoca una reducción en -0.699 %.

La elasticidad de escala se corresponde con todas las elasticidades de las variables de salida en relación a todas las variables de entrada o variable dependientes. Para dos o más variables de entrada o dependiente, la elasticidad de escala es la suma de la elasticidad de salida de cada variable de entrada o variable dependiente. En este estudio, la elasticidad de la escala se describe como:

$$E = E(\text{Rend}, d_{(1.30)}) + E(\text{Rend}, dc) + E(\text{Rend}, ht) + E(\text{Rend}, hpr) + E(\text{Rend}, hc) + E(\text{Rend}, Con) = -2.338$$

Esto es el porcentaje de cambio en el valor de los productos del árbol debido a la combinación de 1% de cambio en todas las variables predictoras o variables de entrada.

De acuerdo con el modelo,  $\text{Rend} = 39.856 + 0.630_{d(1.30)} + 0.089_{dc} + 2.228_{ht} - 2.334_{hpr} - 2.252_{hc} - 0.699_{Con}$  no existe un incremento del ritmo en el estudio a partir de que E es menor que 1.

Un por ciento (%) de incremento simultáneo en árbol del d1.30 m, del diámetro de copa, de la altura total, de la altura a la primera rama, de la altura de copa y la conicidad resulta aproximadamente un -2.338% de la reducción de los valores de los productos del árbol en el modelo  $\text{Rend} = 39.856 + 0.630_{d(1.30)} + 0.089_{dc} + 2.228_{ht} - 2.334_{hpr} - 2.252_{hc} - 0.699_{Con}$ .

## Referencias

- Alvarez, D., García, J.M., Domínguez, A., Rodríguez, J. C., & Alejaos, J. (2010). Lumber recovery Factory with low environmental impact in Pinar del Río, Cuba. *The International Forestry Review*, 12 (5), 303.
- Dobner, M., Rioyei, A. y Pereira, M. (2012). Rendimiento em serraria de toras de Pinus taeda. Sortimento de grandes dimensões. *Revista Floresta e Ambiente*, 19 (3), 385-392.
- Levsque, M. (2009). *Industria forestal primaria. Diagnóstico de la industria forestal en Cuba* (Proyecto para el desarrollo del sector forestal). La Habana. Cuba: Ministerio de la Agricultura.
- Leckoundzou, A. (2011). *Influencia de diferentes variables dendrométricas y calidad de árboles en pie sobre los rendimientos de madera aserrada de Pinus caribaea Morelet var. caribaea Barret y Golfari. Pinar del Río*. Tesis Doctoral. Universidad de Pinar del Río, Cuba.
- Moberg, L., & Nordmark, U. (2006). Predicting lumber volume and grade recovery for Scots pine stems using tree models and sawmill conversion simulation. *Forest Products Journal*, 56 (4), 68-74.
- Ortiz, B.R., Martínez, S., Vázquez R.D., & Juárez, W. (2016). Determinación del coeficiente y calidad de aserrío del género Pinus en la región Sierra Sur, Oaxaca, México. *Colombia Forestal*, 19 (1), 79-93.
- Price, C.S., Wessels, C.B., & Turner, P. (2002). *Using modeling and integral forestry and sawmill software systems to volume the pruned log resource*. Fourth Workshop IUFRO SS.01,04 British Columbia, Canada, 423-428
- Rodríguez, R.I. (2007). *Aserrío y secado de la madera de Quercus sideroxyta en El Salto, Pueblo Nuevo, Durango*. Tesis de maestría. Instituto Tecnológico de El Salto.